

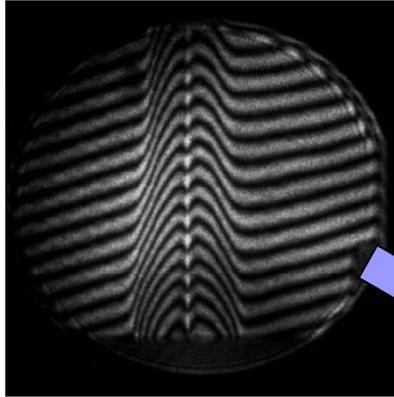


キャリア成分を含む干渉縞からの
2次元位相変調分布の抽出

プラズマ応用工学研究室
橋本 康弘

研究の背景

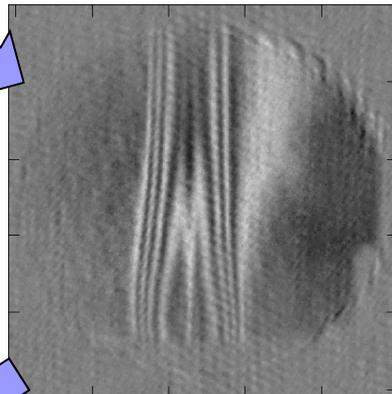
気体の温度分布, プラズマの電子密度分布の測定



①取得した干渉画像



干渉法を用いて物体の屈折率分布を求めるとして測定可能



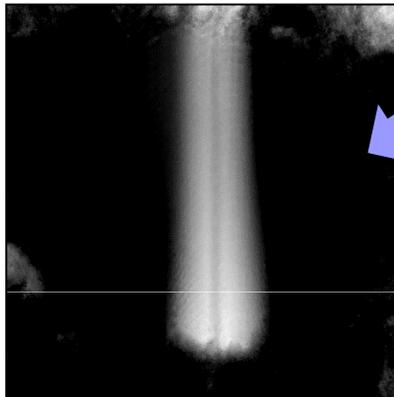
②キャリア除去後

屈折率分布測定

①干渉計を用いて位相信号を含む干渉画像を取得する

②干渉画像からバックグラウンド(キャリア)を除去し位相信号だけを残す

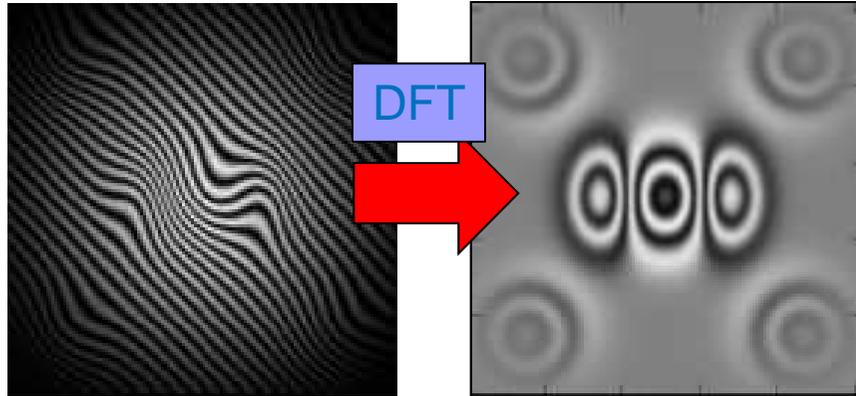
③位相信号から屈折率分布画像を構成する



③屈折率分布画像

本研究では特にキャリア除去の精度を向上させる手法について取り組んでいる

研究の概要・目的



干涉画像

屈折率分布画像

キャリア除去

- ・干渉画像に離散フーリエ変換(DFT)を行う
- ・ピークの座標を求め, ピーク近傍の情報以外をカットし原点シフトする
- ・逆離散フーリエ変換を行うことによりキャリアが除去された画像が得られる

$$I(\vec{r}) = I_0 + \frac{I_0}{2} e^{j(\phi(\vec{r}) + \Delta\vec{k} \cdot \vec{r})} + \frac{I_0}{2} e^{-j(\phi(\vec{r}) + \Delta\vec{k} \cdot \vec{r})}$$

$$\hat{I}(\vec{k}) = \hat{I}_0 + \hat{I}_\phi(\vec{k} - \Delta\vec{k}) + \hat{I}_\phi^*(\vec{k} + \Delta\vec{k})$$

① ② ③

$$I'(\vec{r}) = I_\phi = \frac{I_0}{2} e^{j\phi(\vec{r})} \left(\begin{array}{l} I_\phi = \frac{I_0}{2} e^{j\phi(\vec{r})} \\ I_\phi^* \text{ は複素共役} \end{array} \right)$$

\vec{r} : 実空間の2次元座標

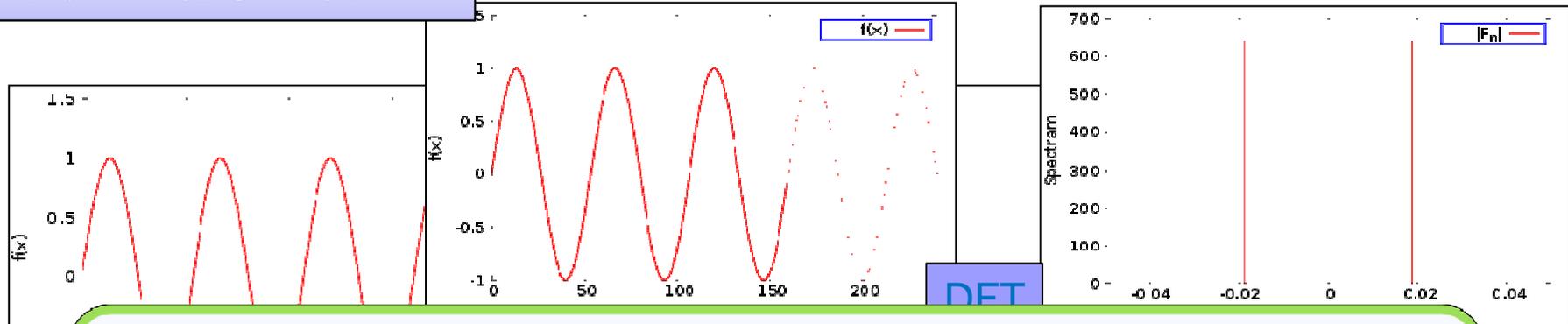
\vec{k} : 波数空間の2次元座標

I_0 : ビーム強度

$\phi(\vec{r})$: 位相信号成分

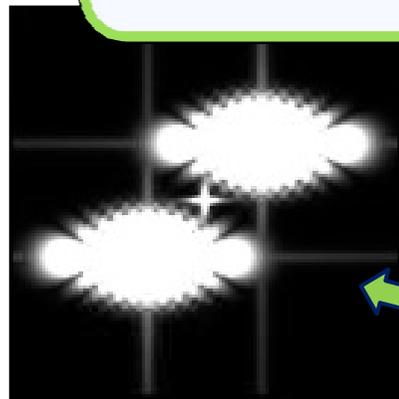
$\Delta\vec{k}$: キャリア信号成分

研究の概要・目的



目的

- ・拡張ウィンドウを用いたキャリア検出法の有効性の確認
- ・様々な方法の性能の比較



リーケージ

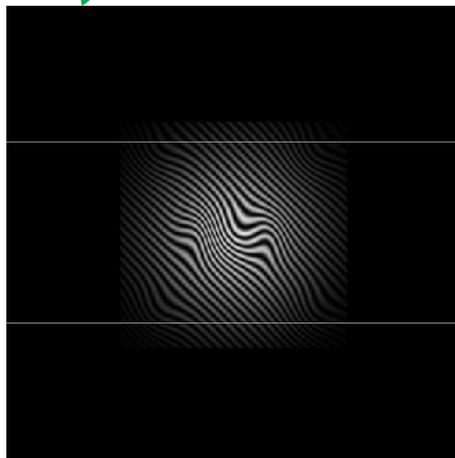
問題点

- ・DFTではリーケージと呼ばれるエラーが現れる
- ・従来の方法はキャリア検出に誤差が生じてしまう

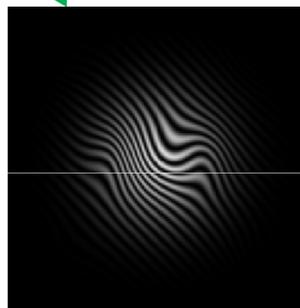
キャリアの検出方法



Aの画像



Bの画像



Cの画像

従来の手法

A. 取得画像のキャリア検出

今回の方法

B. 拡張ウィンドウを用いた画像のキャリア検出

比較対象として

C. チェビシェフウィンドウを用いた画像のキャリア検出

D. Sinc 関数による部分補間

- ・B,Cはフーリエ変換前の画像に対する処理
- ・Dはフーリエ変換後の画像に対する処理

キャリアの検出方法

B. 拡張ウィンドウ

- ・実空間のデータ数増加(画像の拡張)
- ・DFTの実行
- ・波数空間でのサンプリング数の増加

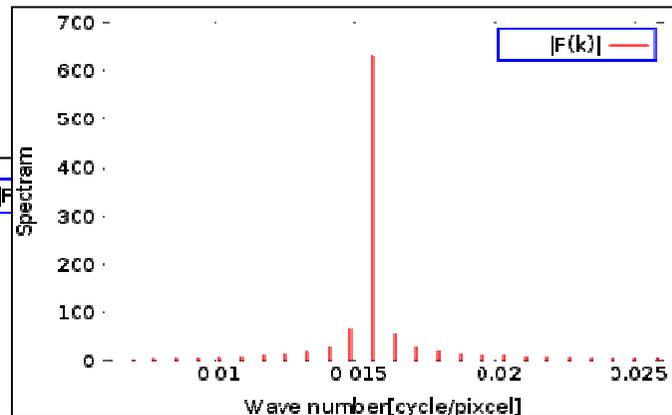
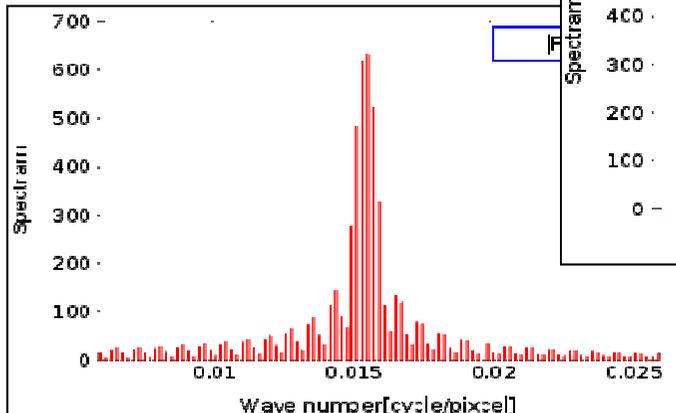
波数空間の情報がより多く得られる

C. チェビシェフウィンドウ

- ・チェビシェフウィンドウを掛ける
- ・DFTの実行
- ・リーケージの影響を抑える

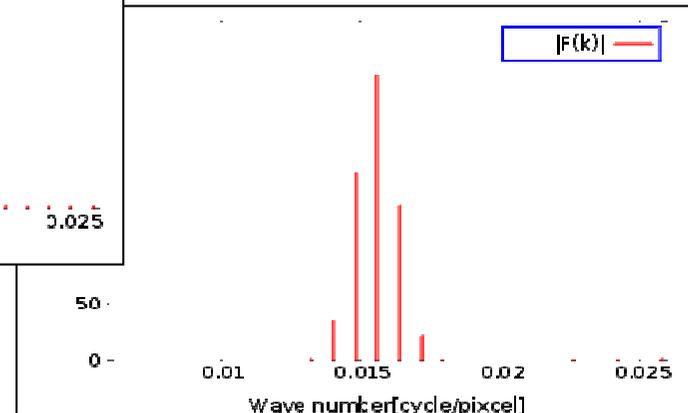
リーケージを抑えたデータを用いることで精度の向上が予想される

拡張ウィンドウ



従来の方法

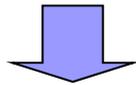
チェビシェフウィンドウ



キャリアの検出方法

A,B,Cの方法に関して...

スペクトル画像から
ピークと思われる点を探す

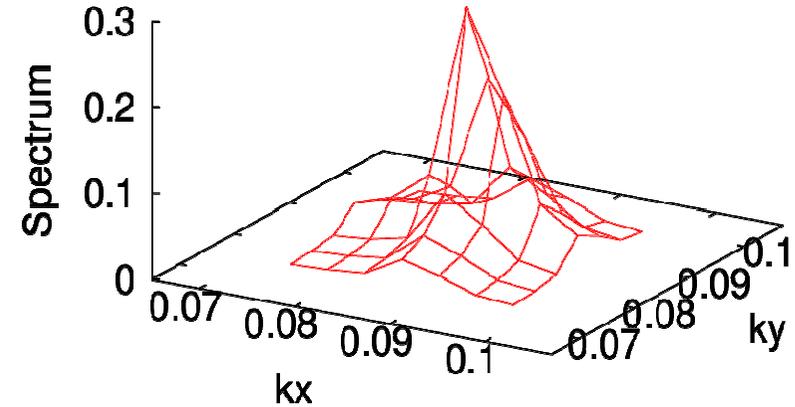


そのピークを中心とした領域
における、スペクトルを重みとした
平均によりキャリアを検出する

$$\vec{k}'_{i,j} = \frac{\sum_{n=-N}^N \sum_{m=-N}^N \vec{k}_{i+n,j+m} |F_{i+n,j+m}|}{\sum_{n=-N}^N \sum_{m=-N}^N |F_{i+n,j+m}|}$$

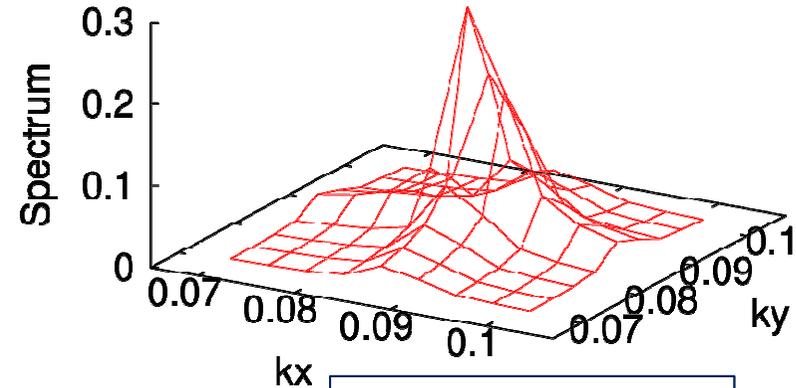
今回は
(7×7)点、(9×9)点、(11×11)点
の領域でキャリア検出を行った

Sampling area : 7x7 points



(7×7)点の領域

Sampling area : 9x9 points



(9×9)点の領域

キャリアの検出方法

Sinc 関数による部分補間

標本化定理より周期的信号の離散データは次式で補間することができる

$$G(\hat{k}_x, \hat{k}_y) = \sum_{m=-M/2}^{M/2} \sum_{n=-N/2}^{N/2} F(\hat{k}_{x_n}, \hat{k}_{y_m}) \cdot \frac{\sin[(\hat{k}_x - \hat{k}_{x_n})L_x\pi]}{(\hat{k}_x - \hat{k}_{x_n})L_x\pi} \cdot \frac{\sin[(\hat{k}_y - \hat{k}_{y_m})L_y\pi]}{(\hat{k}_y - \hat{k}_{y_m})L_y\pi}$$

n, m : 軸方向のデータ数

L_x, L_y : 空間領域の周期

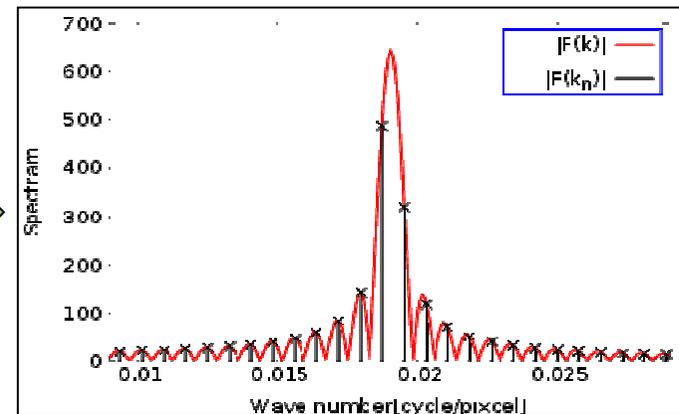
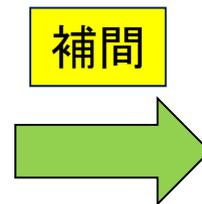
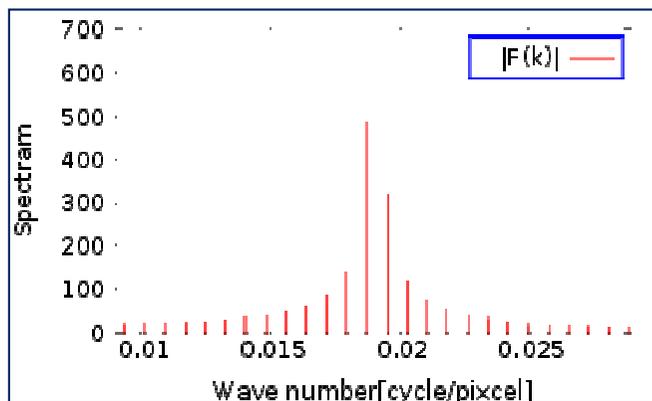
\hat{k}_x, \hat{k}_y : 任意の規格化した波数

$G(\hat{k}_x, \hat{k}_y)$: 任意の座標での値

$\hat{k}_{x_n}, \hat{k}_{y_m}$: 規格化した波数の離散データ

$F(\hat{k}_{x_n}, \hat{k}_{y_m})$: 離散データ上での値

$d\hat{k}_x, d\hat{k}_y$: サンプル間隔 (サンプリング周期)

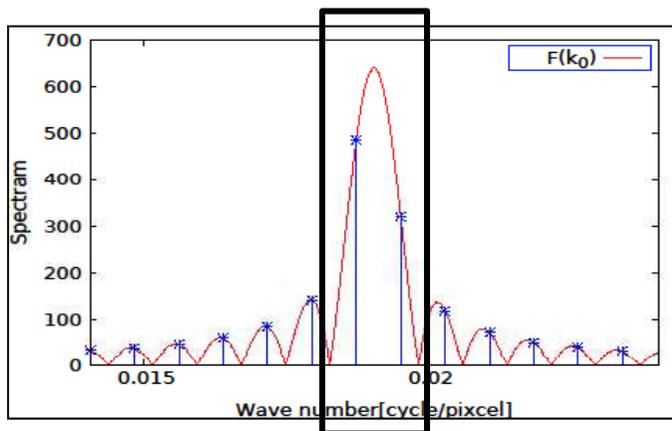


Sinc 関数による部分補間

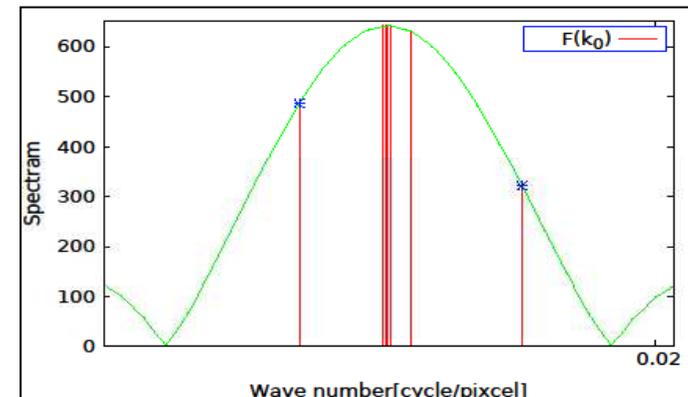
計算コストの削減

補間する点が多いほど正確な値が求まるがその分計算コストがかかってしまう
→ **補間する点を『二分法』のアルゴリズムを利用して決める**

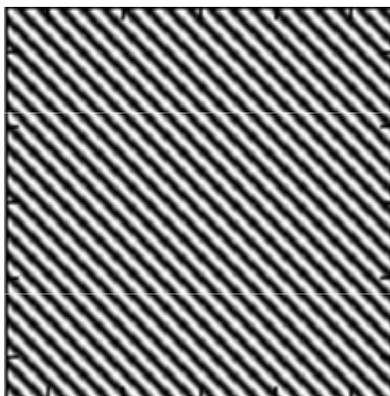
- ① DFTの結果から最大値の点と2番目に大きい点を取る
- ② 2点の中心の点を補間する
- ③ 最大値の点と補間した点の中心を補間する
- ④ ①～③を十分収束するまで繰り返す



部分補間



キャリア検出法の評価①

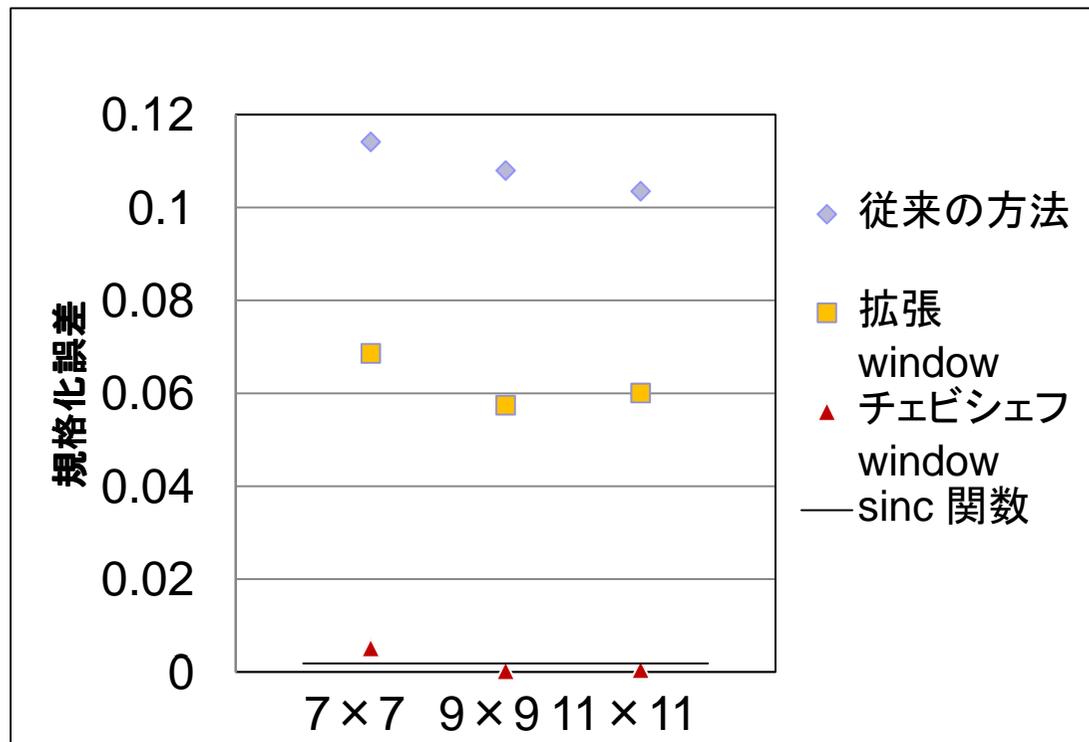


バックグラウンド干渉画像

位相信号のない画像に関して

1. チェビシェフ Window
2. Sinc 関数による補間
3. 拡張 Window
4. 従来の方法

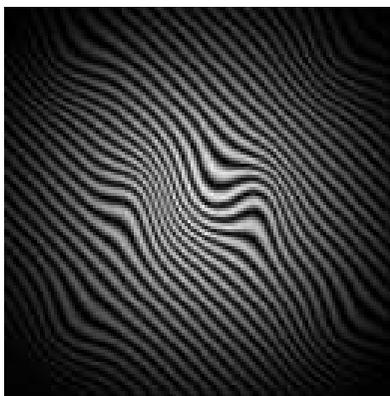
の順に精度が良い



規格化誤差

真のピークの座標と求めたピークの座標の誤差をデータ間の幅で規格化したもの

キャリア検出法の評価①

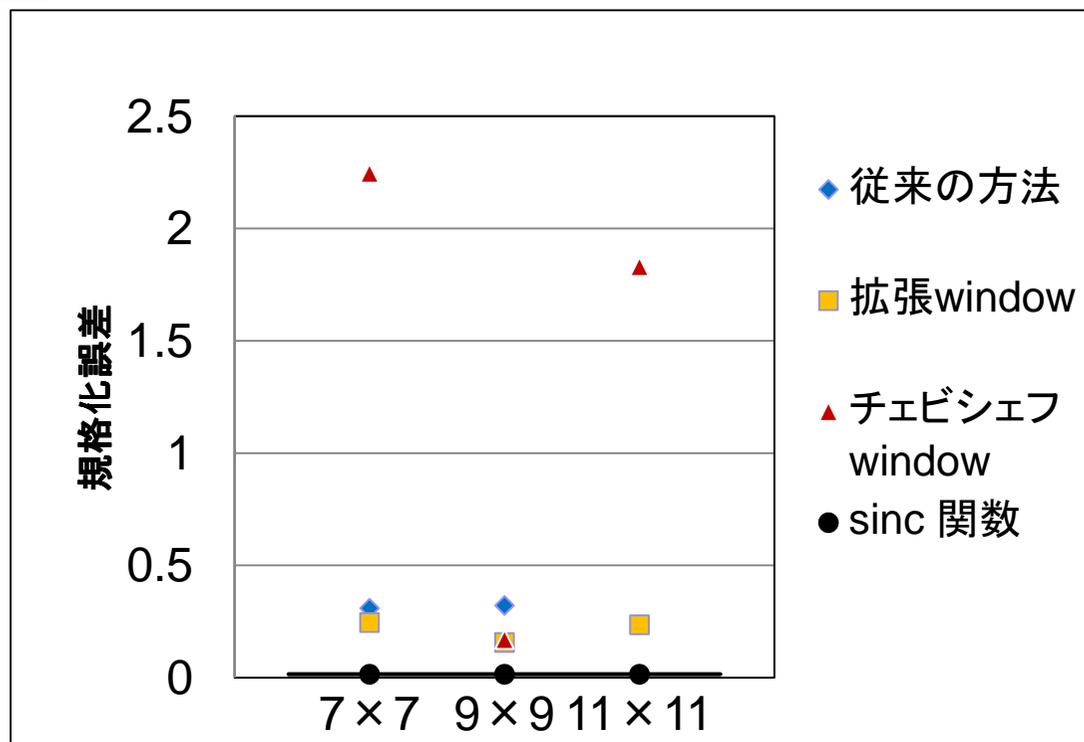


位相信号が重畳した干渉画像①

位相信号のある画像に関して

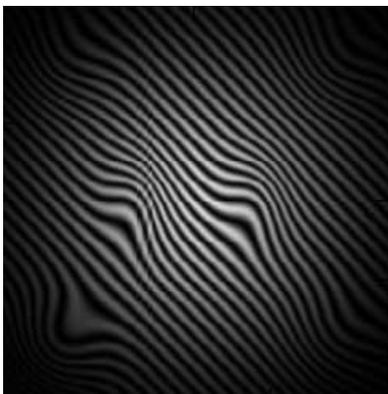
1. Sinc 関数による補間
2. 拡張 Window
3. 従来の方法
4. チェビシエフ Window

の順に精度が良い



この干渉画像に関しては
Sinc 関数による補間が最も良い結果を示した

キャリア検出法の評価①

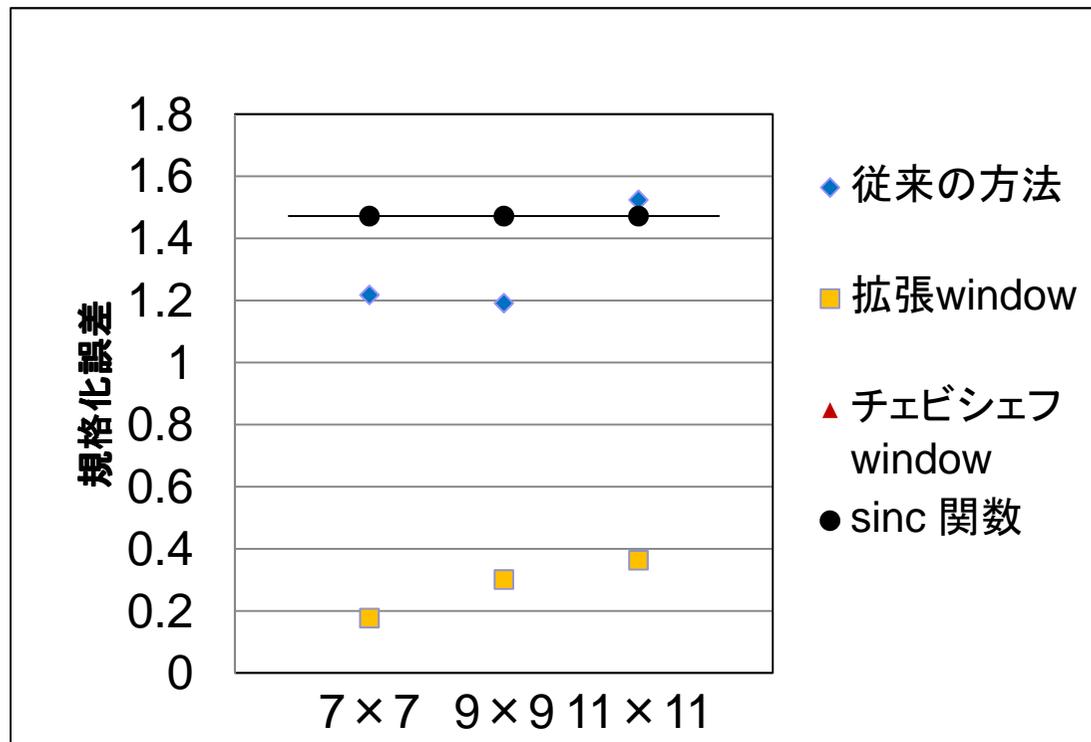


位相信号が重畳した干渉画像②

位相信号のある画像に関して

1. 拡張 Window
2. 従来の方法
3. Sinc 関数による補間
4. チェビシェフ Window

の順に精度が良い



- ・この干渉画像に関しては拡張Window が最も良い結果を示した
- ・他の方法に関してはピーク近傍の位相の影響が大きいため、正確な値が求まらない→ **平均手法**

キャリア検出法の評価

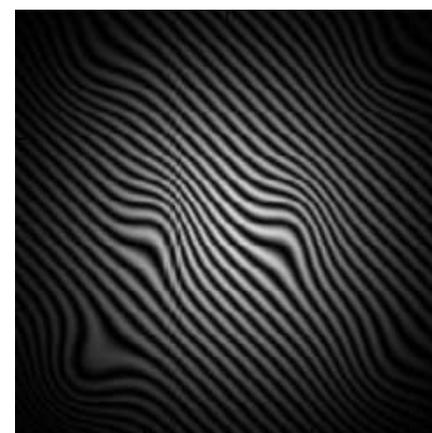
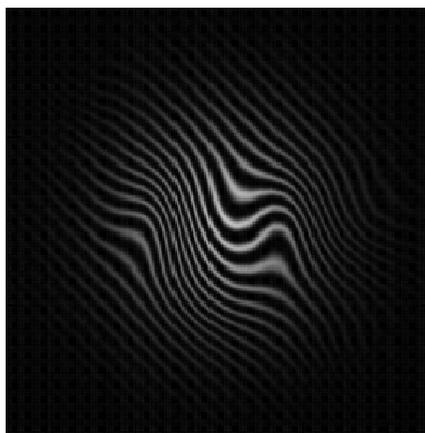
位相信号が重畳された画像に対して特に精度の良かった方法について評価した。

対象 ... 元画像, 拡張画像

検出方法 ... ①ピーク近傍の重心(単純平均)
②Sinc function による部分補間

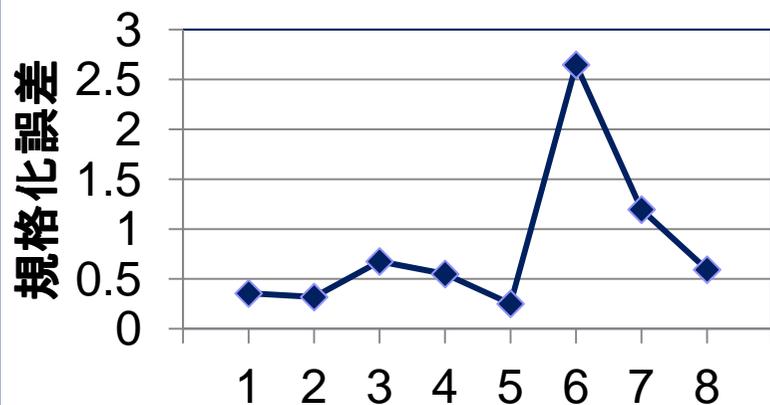
位相が重畳している干渉画像(8つ)...それぞれ位相信号の位置が異なる

条件を変えた画像
8種類

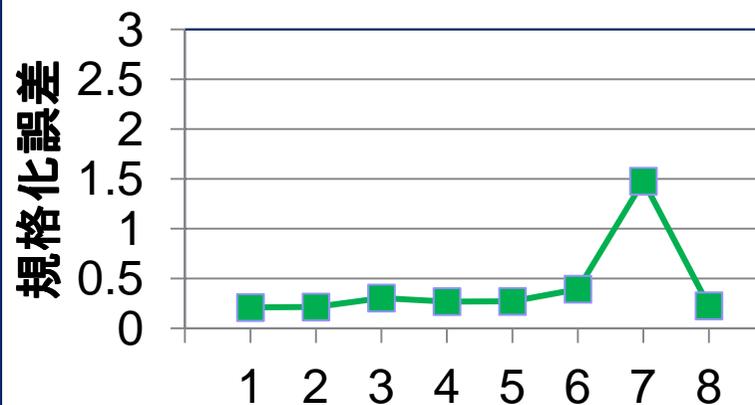


まとめ(キャリア検出)

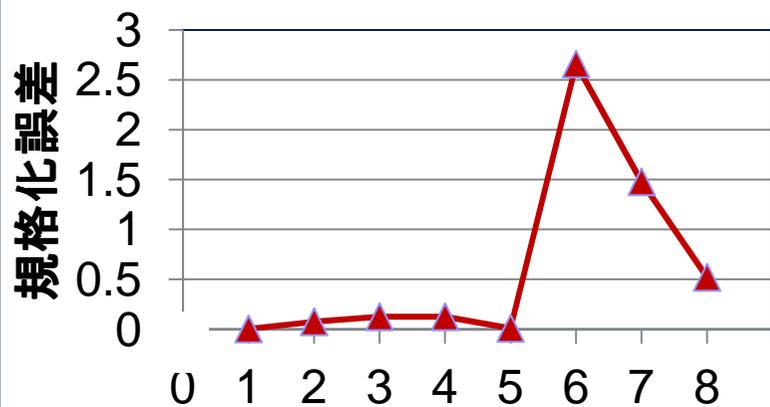
◆ 従来の手法



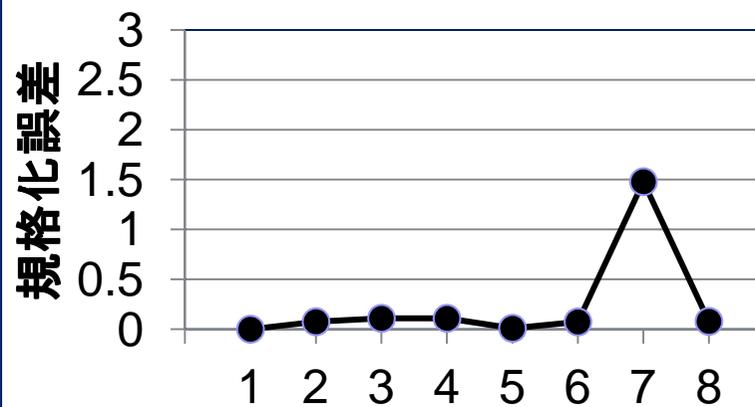
■ 拡張Window



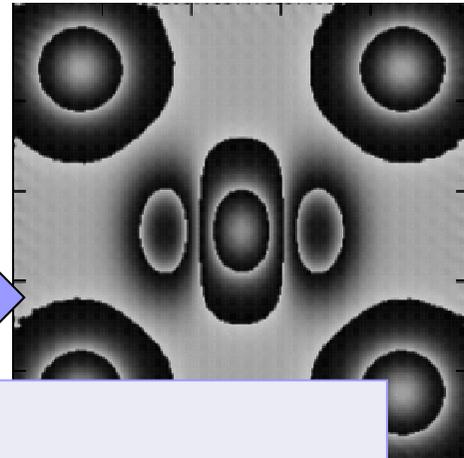
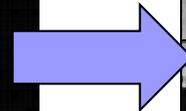
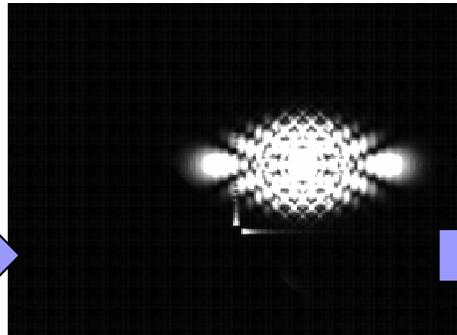
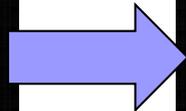
▲ sinc関数補間



● 拡張-sinc



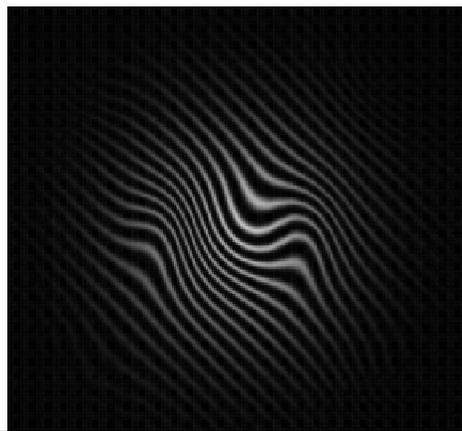
スペクトル除去範囲の選択



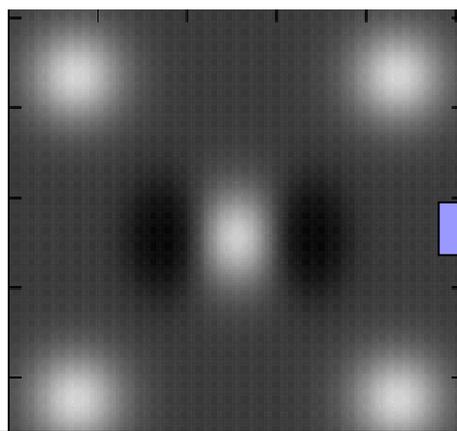
今後の予定

- ①画像フィルタプログラムの作成(比較用+新しい方法)
- ②元画像の位相との比較

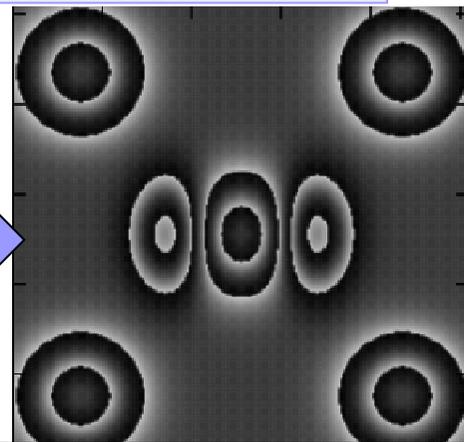
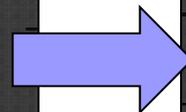
FT



Original



Original-Phase



Phase Wrapped

キャリア除去の手順

$$\textcircled{1} \quad I(\vec{r}) = I_0 + \frac{I_0}{2} e^{j(\phi(\vec{r}) + \Delta\vec{k} \cdot \vec{r})} + \frac{I_0}{2} e^{-j(\phi(\vec{r}) + \Delta\vec{k} \cdot \vec{r})}$$

$$\textcircled{2} \quad \hat{I}(\vec{k}) = \hat{I}_0 + \hat{I}_\phi(\vec{k} - \Delta\vec{k}) + \hat{I}_\phi^*(-\vec{k} - \Delta\vec{k})$$

$$\textcircled{3} \quad \hat{I}(\vec{k}) = \hat{I}_\phi(\vec{k} - \Delta\vec{k})$$

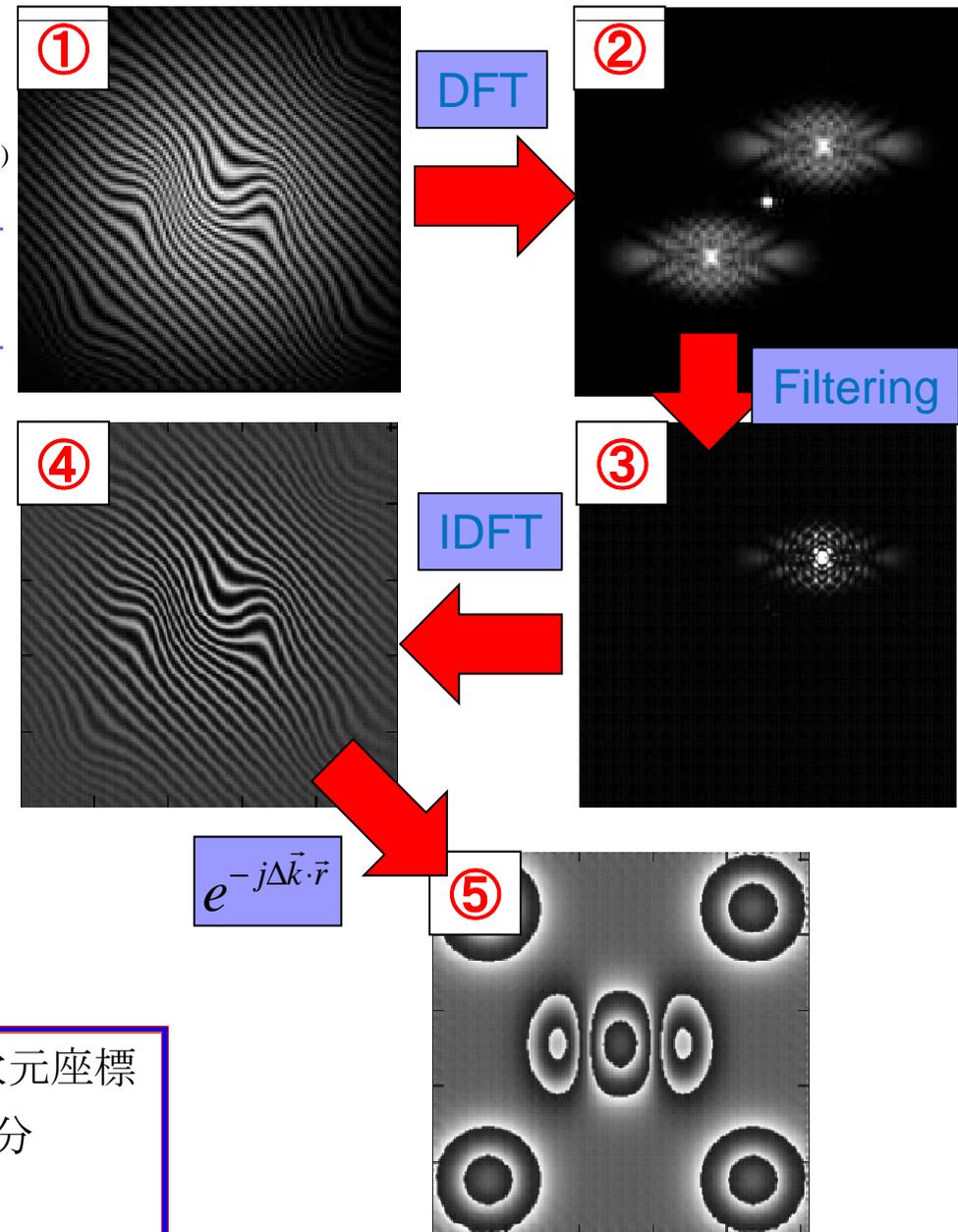
$$\textcircled{4} \quad I'(\vec{r}) = \frac{I_0}{2} e^{j(\phi(\vec{r}) + \Delta\vec{k} \cdot \vec{r})} = \frac{I_0}{2} e^{j\phi(\vec{r})} \cdot e^{j\Delta\vec{k} \cdot \vec{r}}$$

$$\textcircled{5} \quad I''(\vec{r}) = \frac{I_0}{2} e^{j\phi(\vec{r})} \cdot e^{j\Delta\vec{k} \cdot \vec{r}} \cdot e^{-j\Delta\vec{k} \cdot \vec{r}} = \frac{I_0}{2} e^{j\phi(\vec{r})}$$

$$\rightarrow \phi(\vec{r}) = \tan^{-1} \left\{ \frac{\text{Im}(I''(\vec{r}))}{\text{Re}(I''(\vec{r}))} \right\}$$

ただし $I_\phi = \frac{I_0}{2} e^{j\phi(\vec{r})} \left(\begin{array}{l} I_\phi = \frac{I_0}{2} e^{j\phi(\vec{r})} \\ I_\phi^* \text{ は複素共役} \end{array} \right)$

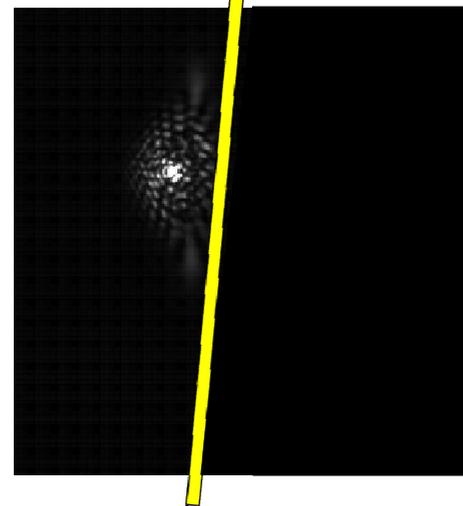
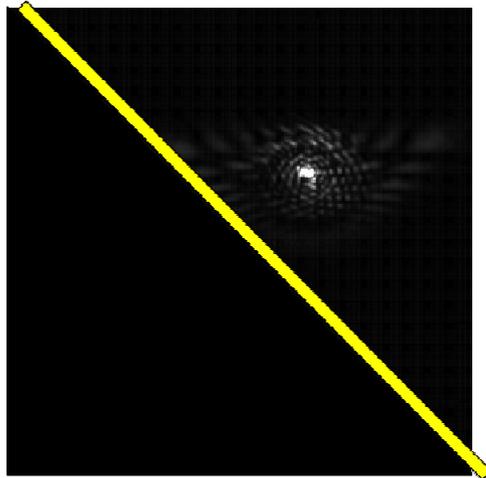
\vec{r} : 実空間の2次元座標 \vec{k} : 波数空間の2次元座標
 I_0 : ビーム強度 $\phi(\vec{r})$: 位相信号成分
 $\Delta\vec{k}$: キャリア信号成分



フィルタリング範囲の選択

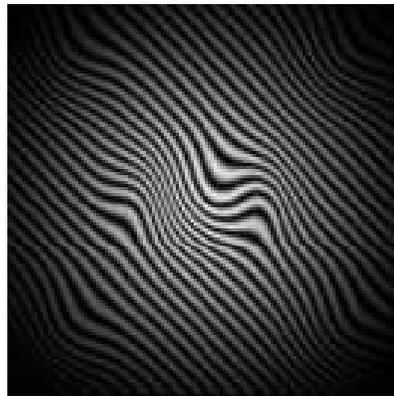
目的 **独自のフィルタプログラムの作成**

1. 目的の信号成分を除去しないようなフィルタ
2. 様々な位相に対応した汎用性のあるフィルタ



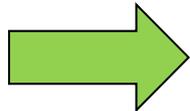
上の例では目視でフィルタの範囲を決定した

フィルタの評価方法

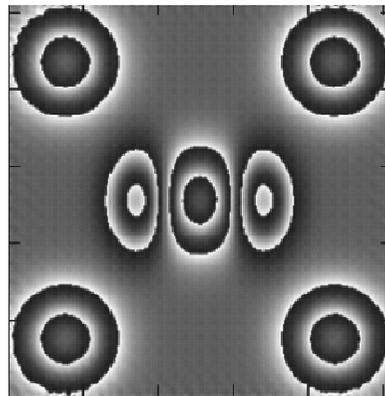


Fringe Pattern

Filtering

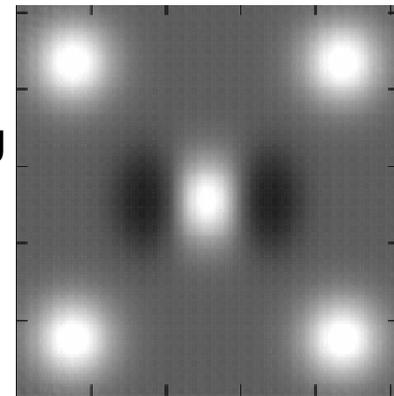
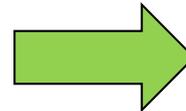


$$\tan^{-1} \left\{ \frac{\text{Im}(I''(\vec{r}))}{\text{Re}(I''(\vec{r}))} \right\}$$

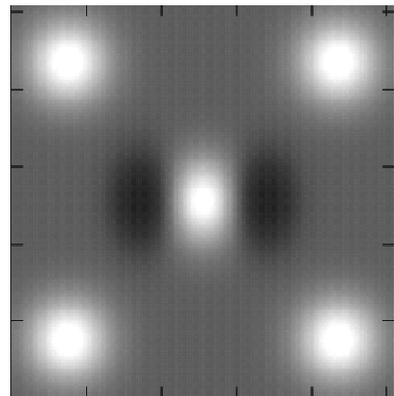


Wrapped Phase

Phase Unwrapping

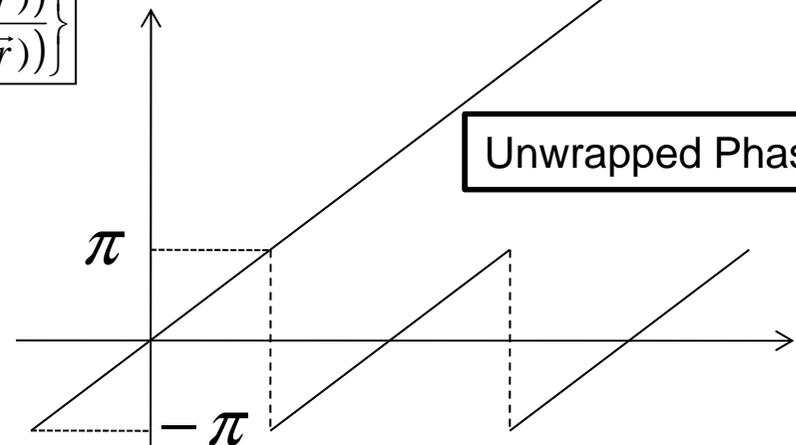


Unwrapped Phase



Original Phase

$$\phi(\vec{r}) = \tan^{-1} \left\{ \frac{\text{Im}(I''(\vec{r}))}{\text{Re}(I''(\vec{r}))} \right\}$$



フィルタの種類

線形フィルタ ガウシアンフィルタ, ラプラシアンフィルタ

畳み込み定理 $F\{f * g\} = F\{f\} \times F\{g\}$

非線形フィルタ NLM, メディアンフィルタ, ソーベルフィルタ

フィルタ①

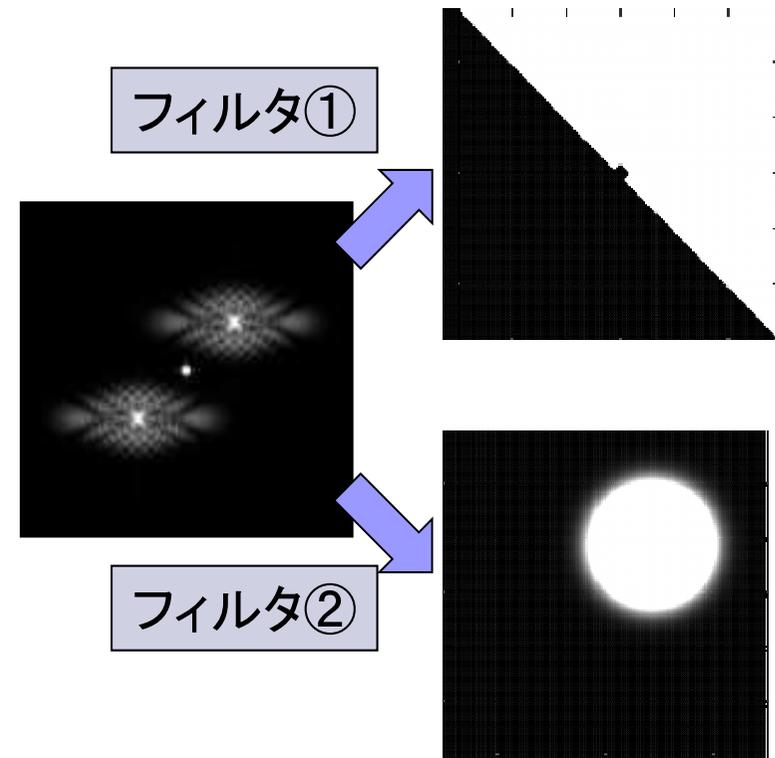
キャリア周波数の位置で決まるフィルタ

フィルタ②

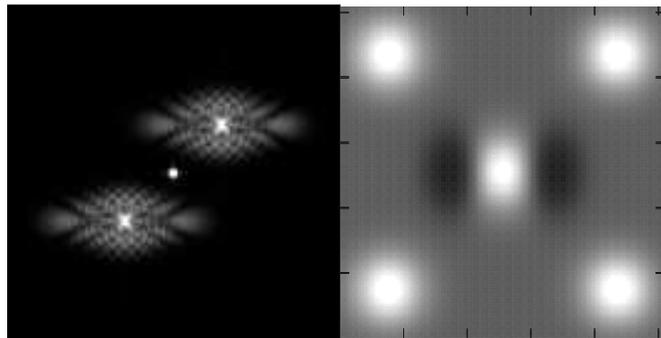
ガウシアンフィルタ

$$g(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left\{-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right\}$$

$$G(k_x, k_y) = \exp\left\{-\frac{\sigma^2(k_x^2 + k_y^2)}{2}\right\} \quad \sigma^2 : \text{分散}$$

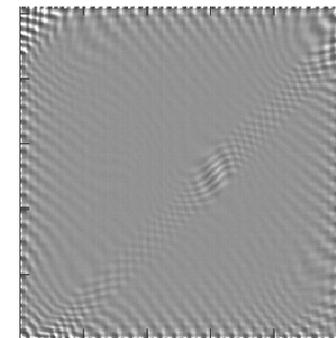
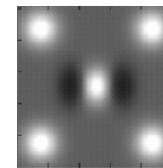
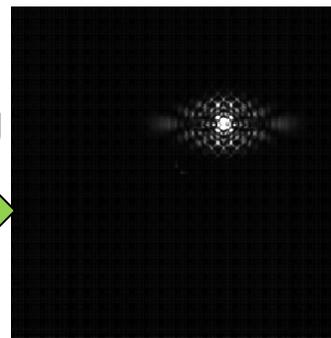
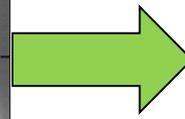


フィルタ①

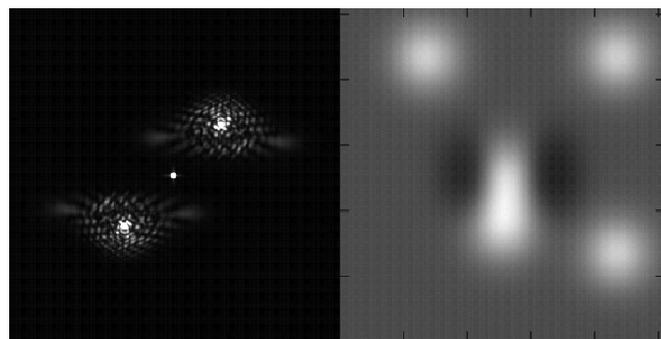


DFT+Original Phase

Filtering

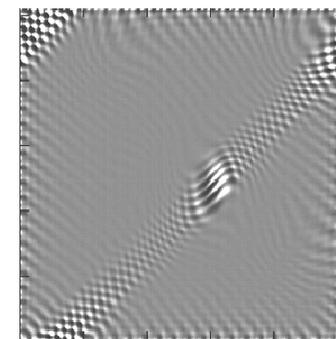
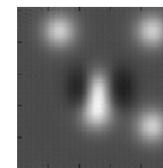
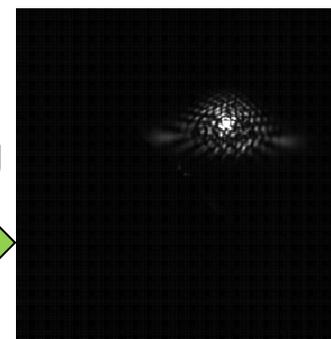
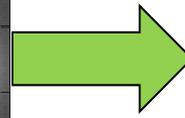


Error



DFT+Original Phase

Filtering



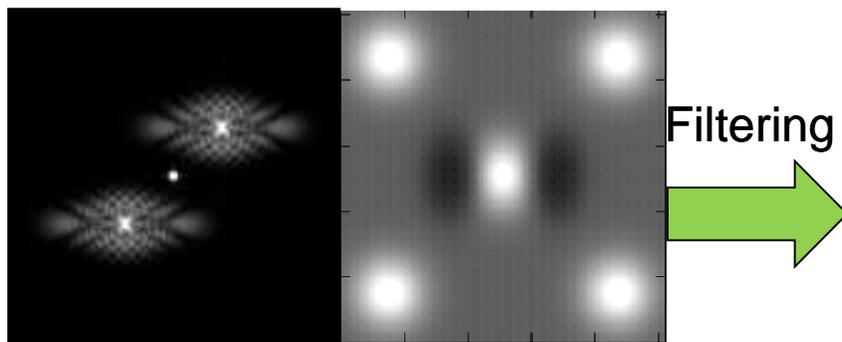
Error

フィルタ②

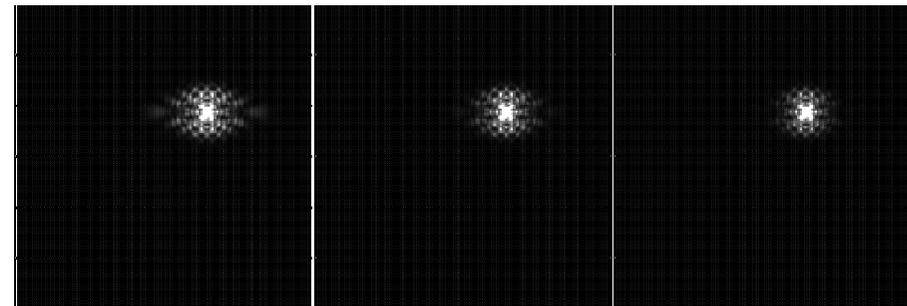
ガウシアンフィルタ

$$g(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left\{-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right\}$$

$$G(k_x, k_y) = \exp\left\{-\frac{\sigma^2(k_x^2 + k_y^2)}{2}\right\} \quad \sigma^2 : \text{分散}$$



DFT+Original Phase



$\sigma = 10$

$\sigma = 15$

$\sigma = 20$

