

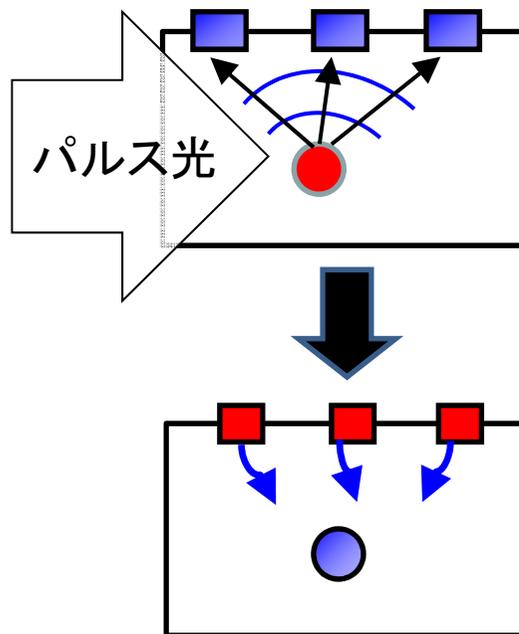
逐次近似法による 不完全データ光音響CTアルゴリズム

量子理工学専攻
プラズマ応用工学研究室
及川 裕

背景

光音響CT 光音響効果を利用した非侵襲イメージング法
 → 乳癌の早期発見などに検討されている

光音響効果 生体組織へのパルス光照射により、
 瞬間的に組織が熱膨張を起こし音響波を発生する現象



光音響CT

- (1)パルス光の入射により熱吸収源から音響波が発生
- (2)周囲に配置したセンサーにより音響波を計測
- (3)音響波を逆解析することで領域内の熱吸収源を同定

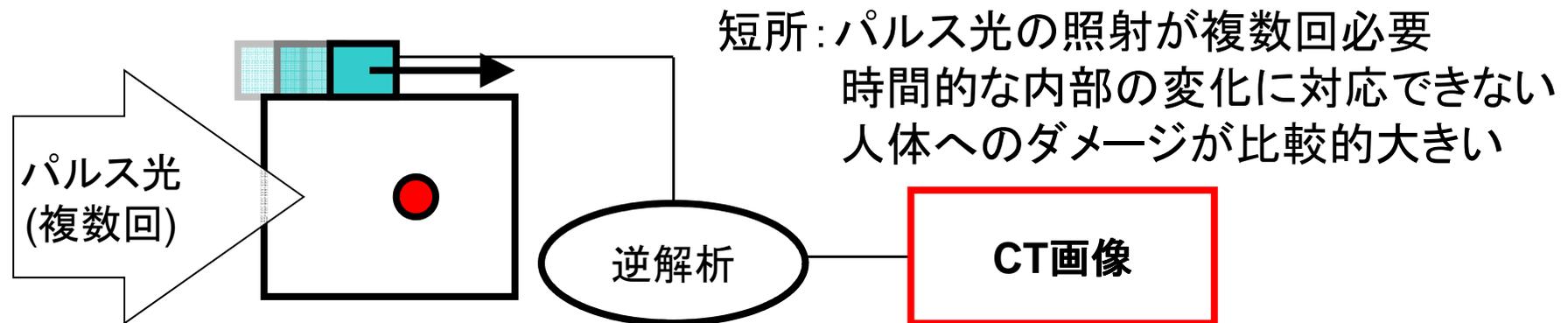
センサーの配置に制限がある場合(不完全データ)
 逆解析の精度が低いことが知られている

目的

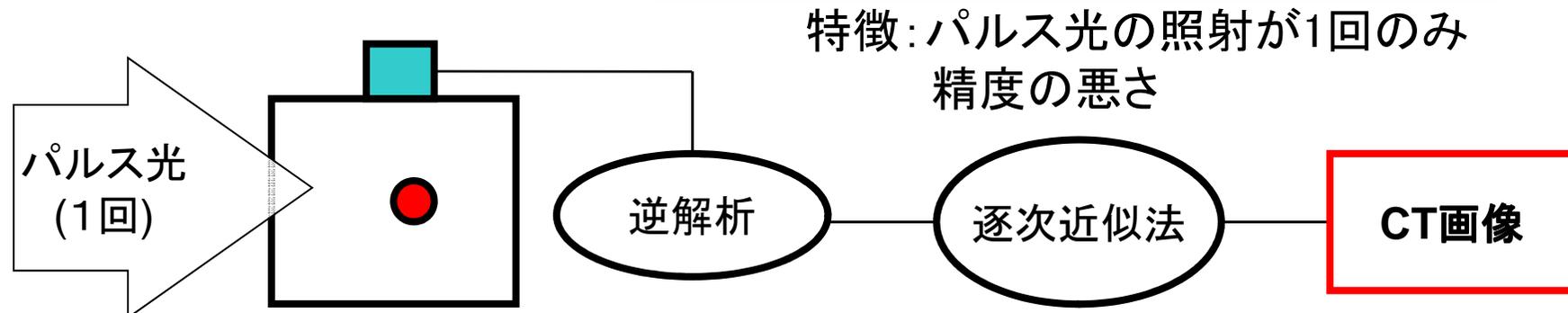
・不完全データ逆問題解析において

観測点が少ない条件下での高精度CT画像の取得

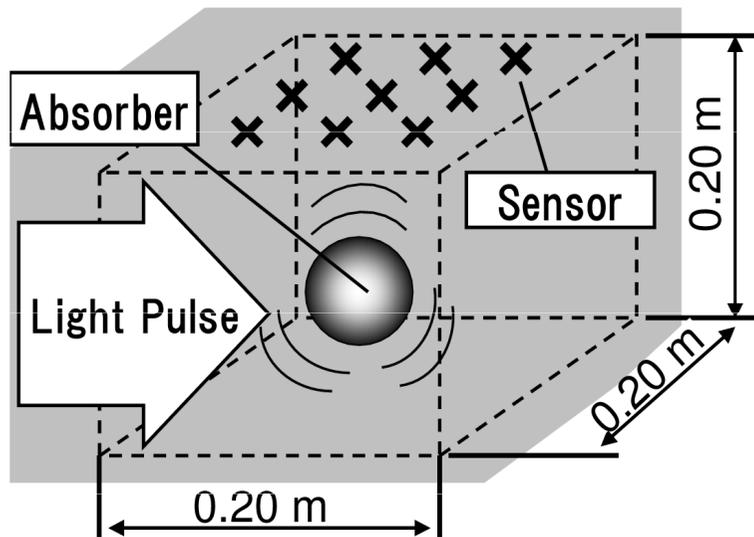
- ・一般的な改善策 スキャンを用いることでデータ数を増やす



- ・本研究での試み 逐次近似法を用いることで解の補正を行う



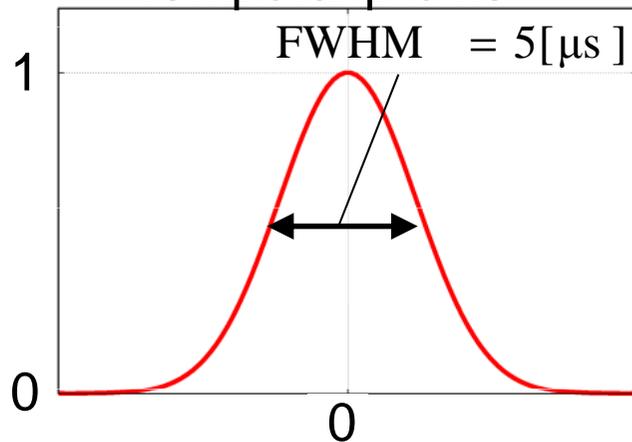
解析モデル



解析条件

- ・20cm × 20cm × 20cmの検査領域
- ・体積要素は0.2[mm] × 0.2[mm] × 0.2[mm]
- ・深さ10cmに1つの球状熱吸収源を配置
([球音源直径] = 2cm)
- ・境界面での反射は無視する
- ・観測信号の時間刻み: $\Delta t = 500[\text{ns}]$
- ・センサーは検査領域の一面のみに設置
(計測点は0.023[個/cm²]計9点)

入力信号 Temporal profile



- ・センサー間距離が遠い
 - ・見込む立体角が小さい
- **不完全データ逆問題解析モデル**

”Universal back-projection algorithm for Photo-acoustic computed tomography” (2005年) ではスキャンを用いて高精度CTを取得している
計測点は3900[個/cm²]計約14万点

順解析・逆解析

- ・順解析による模擬信号(体積積分)

$$S_1(t) = L[P_0(\mathbf{r})]$$

- ・逆解析による音圧分布(面積積分)

$$P_0(\mathbf{r}) = L^{-1}[S_1(t)]$$

音圧分布・模擬信号は一意的に求まる

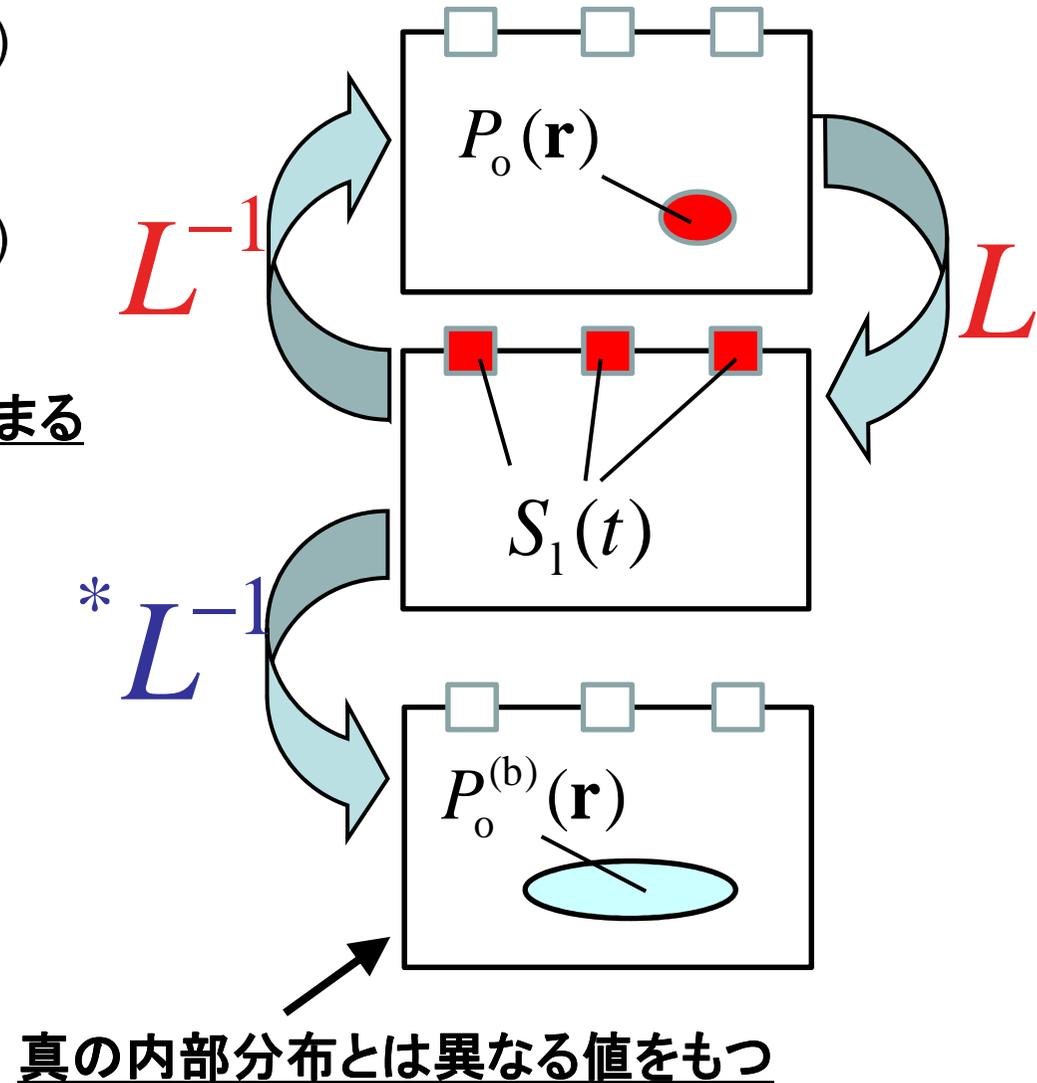
不完全データ下において
逆解析は近似計算となる

- ・順解析による模擬信号

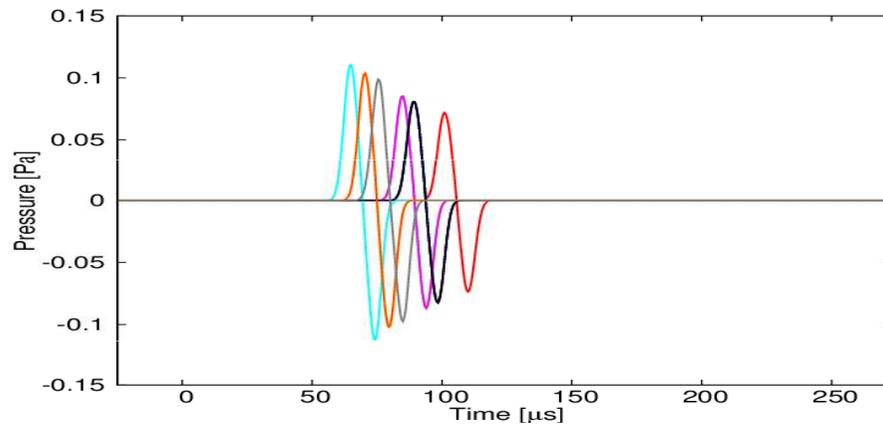
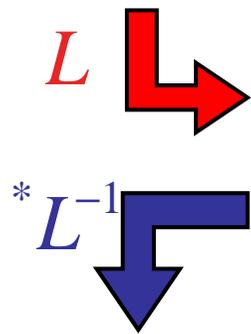
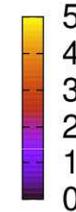
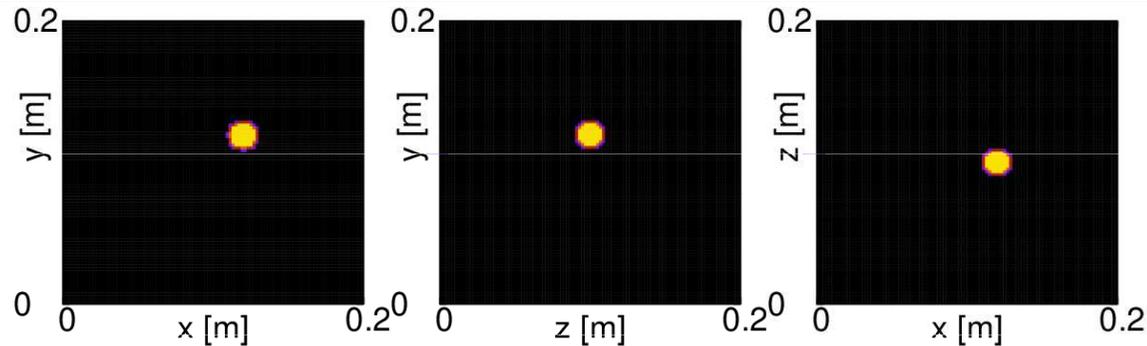
$$S_1(t) = L[P_0(\mathbf{r})]$$

- ・逆解析による音圧分布

$$P_0^{(b)}(\mathbf{r}) = {}^*L^{-1}[S_1(t)]$$

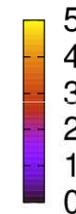
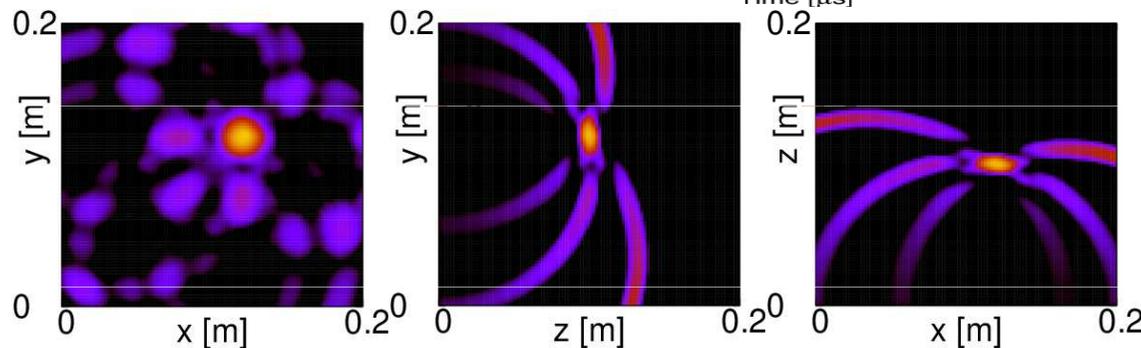


解析結果



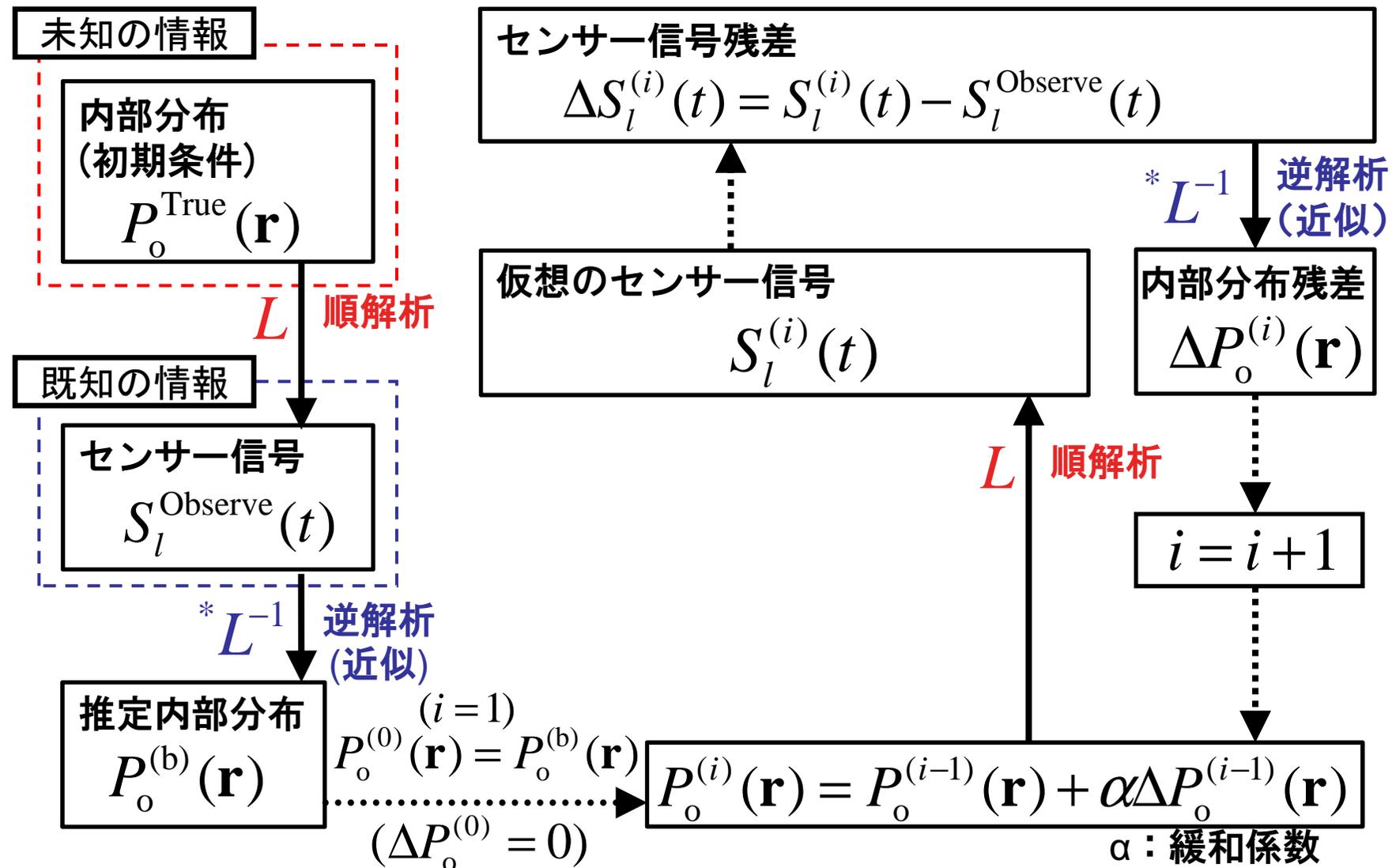
不完全データ逆解析

真の音圧分布に比べて
アーティファクトが見られる



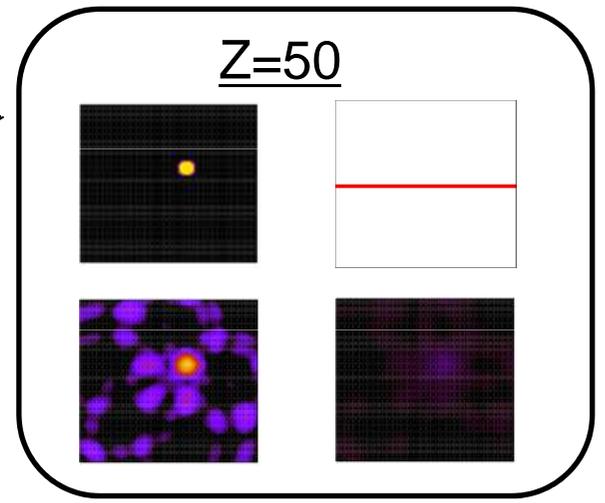
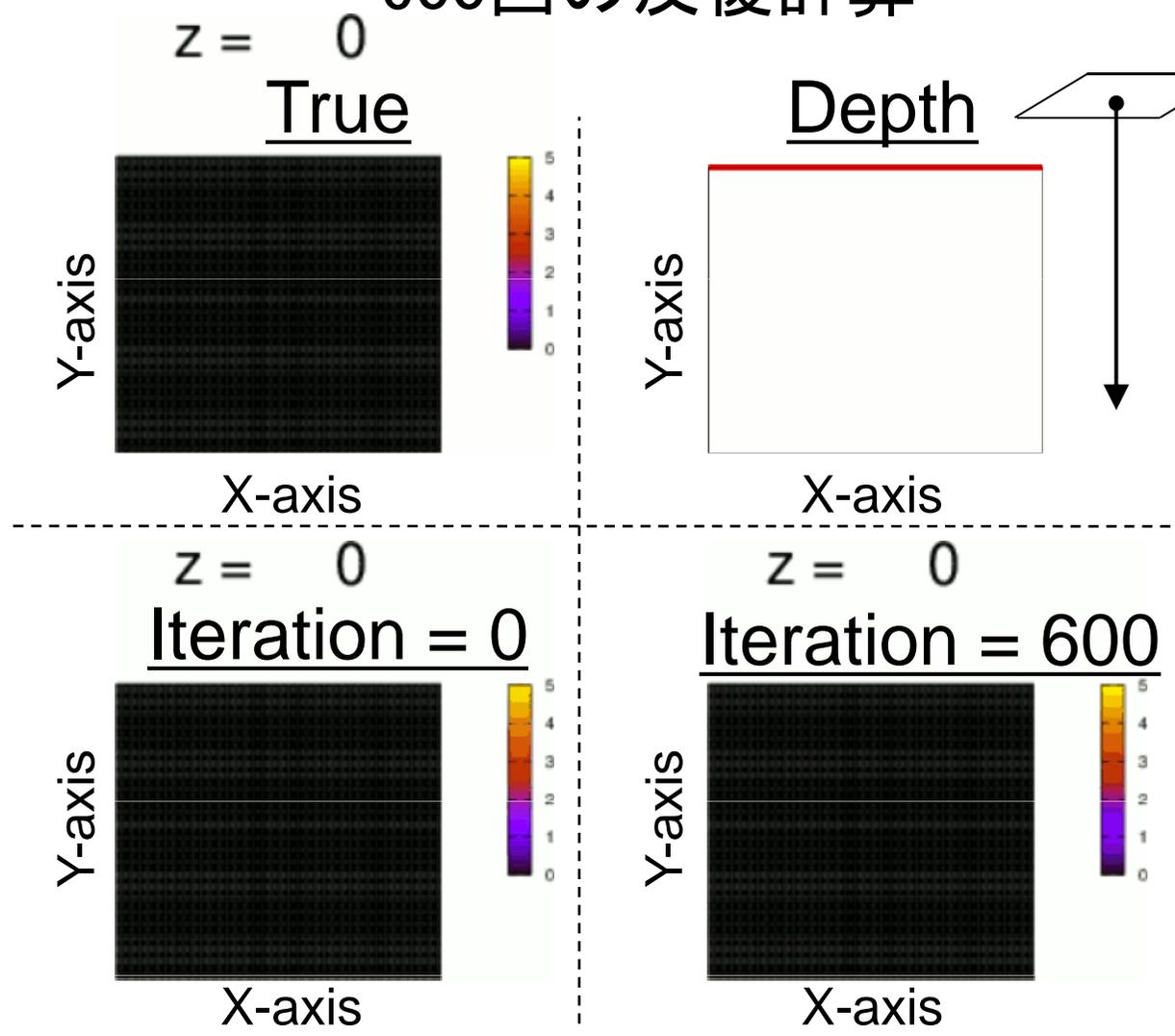
↓
アーティファクトを
軽減する手法として
逐次近似法を用いる

解析手順1



解析結果

600回の反復計算



内部分布の補正は
できなかった

内部圧力分布は正

負の値は打ち切り

閾値の設定

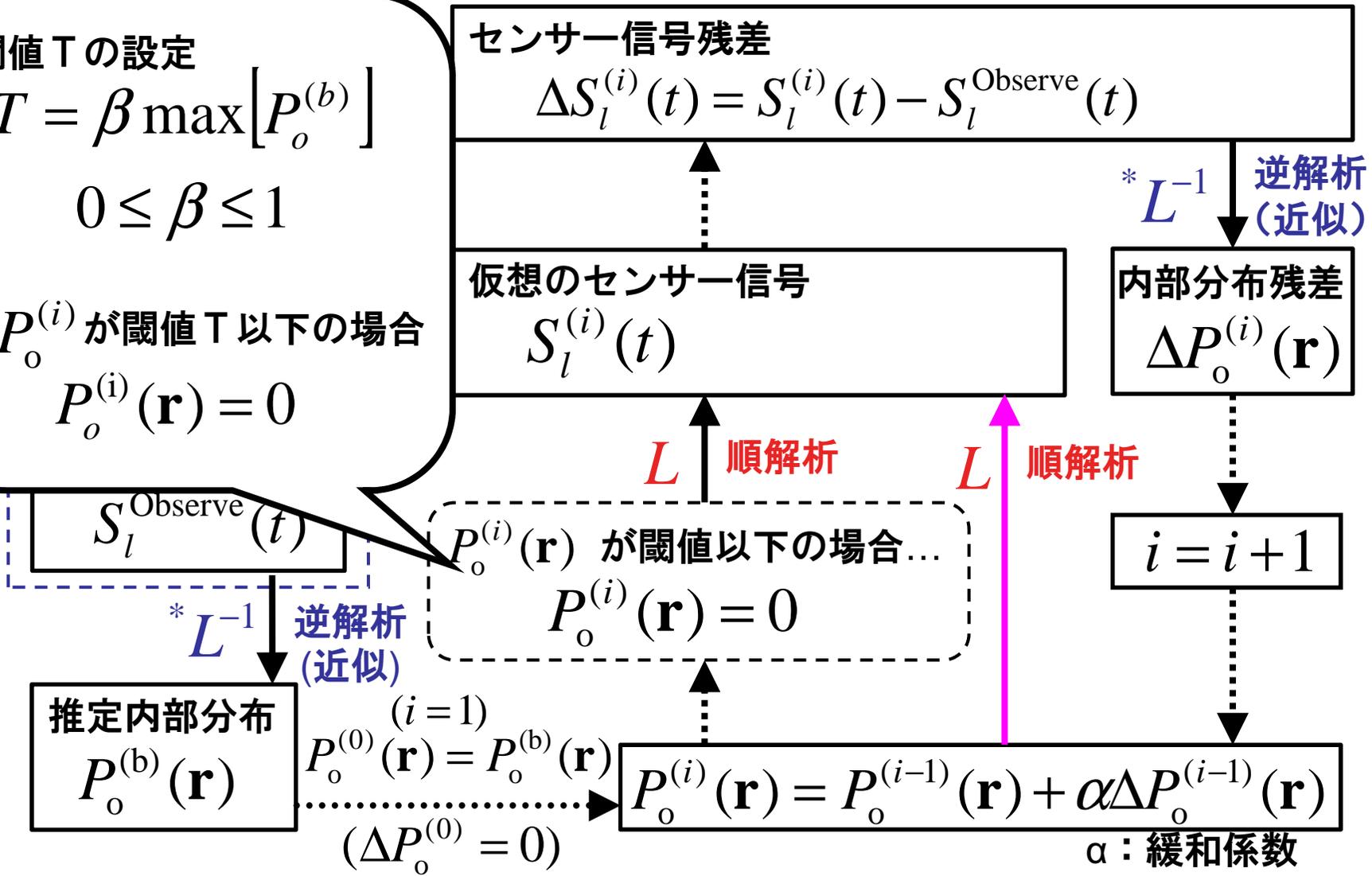
解析手順2

- 1. 閾値 T の設定

$$T = \beta \max [P_o^{(b)}]$$

$$0 \leq \beta \leq 1$$
- 2. $P_o^{(i)}$ が閾値 T 以下の場合

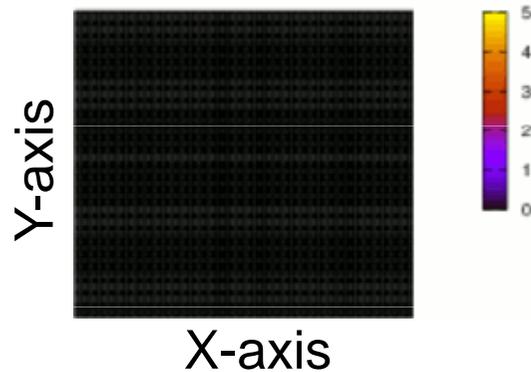
$$P_o^{(i)}(\mathbf{r}) = 0$$



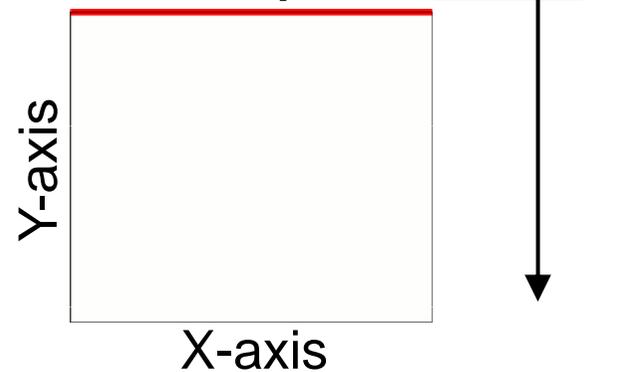
解析結果(閾値適用)

600回の反復計算/閾値 $T = 0.15 \max[P_o^{(b)}]$

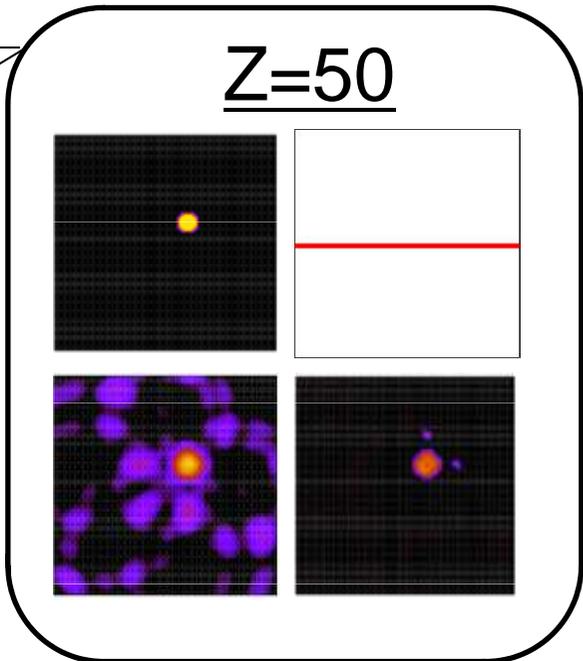
$z = 0$
True



Depth

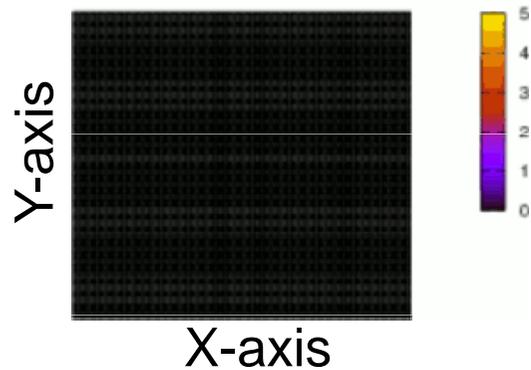


Z=50



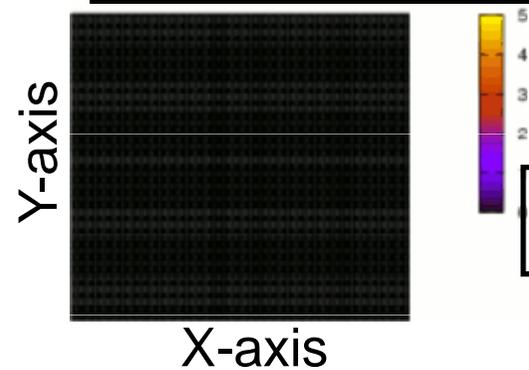
$z = 0$

Iteration = 0



$z = 0$

Iteration = 600

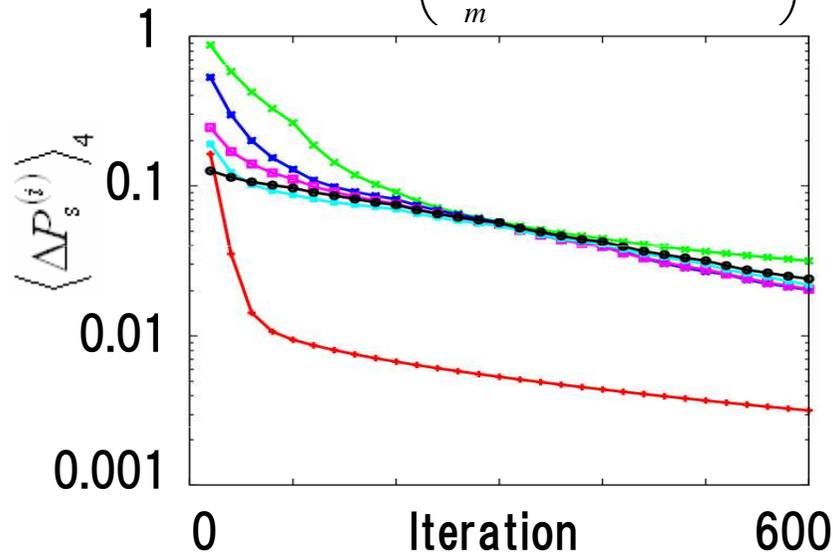


内部分布の補正が可能

評価関数：4次ノルム

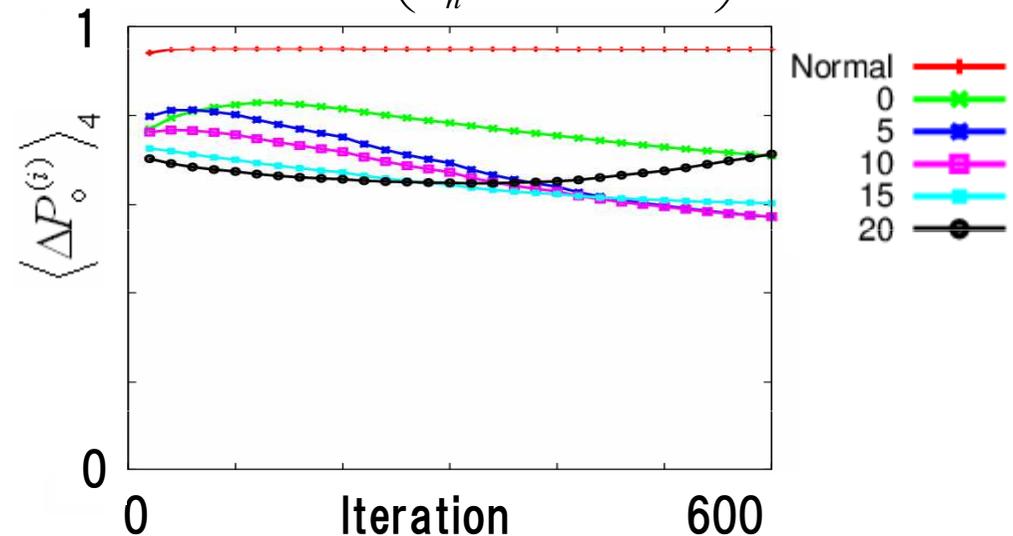
センサー信号

$$\langle \Delta S^{(i)} \rangle_4 = \left(\frac{\sum_m |\Delta S^{(i)}(t_m)|^4}{\sum_m |S^{\text{Observe}}(t_m)|^4} \right)^{1/4}$$



内部分布

$$\langle \Delta P_o^{(i)} \rangle_4 = \left(\frac{\sum_n |\Delta P_o^{(i)}(\mathbf{r}_n)|^4}{\sum_n |P_o^{\text{True}}(\mathbf{r}_n)|^4} \right)^{1/4}$$



- ・ センサー4次ノルムはどの場合でも減少傾向
→ 仮想センサー信号は観測センサー信号に近づく
- ・ 内部分布4次ノルムは一部の閾値の場合に減少傾向を見せる
→ 適切な閾値がある

まとめ

目的

- ・不完全データ逆問題解析において
観測点が少ない条件下での高精度CT画像の取得

→ 逐次近似法を用いて解の補正を試みた

結論

閾値を設定し解析を行った

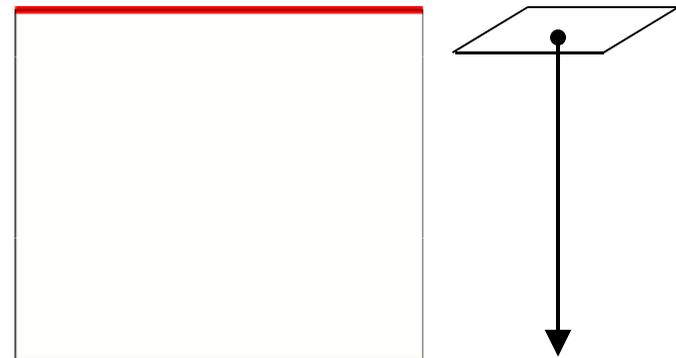
- ・反復計算を繰り返すことで
仮想センサー信号は観測センサー信号に近づく
しかし、内部分布は真の分布に近づくとは限らない
- ・適切な閾値を設定した場合、
反復計算を行うことで解の補正ができた。(音源2つも同様)

$z = 0$

True



Depth



$z = 0$

Iteration = 0



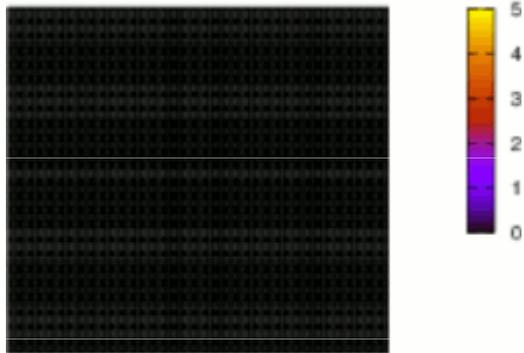
$z = 0$

Iteration = 100

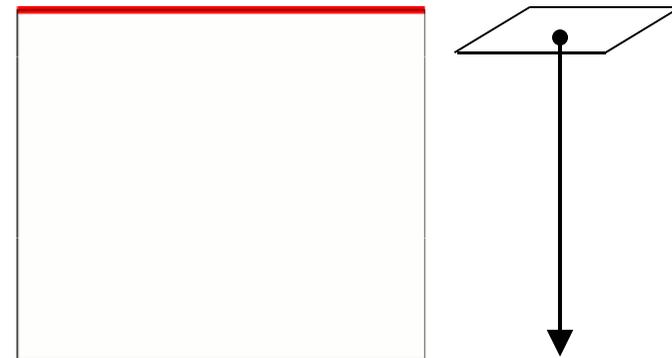


$z = 0$

True



Depth



$z = 0$

Iteration = 0



$z = 0$

Iteration = 600

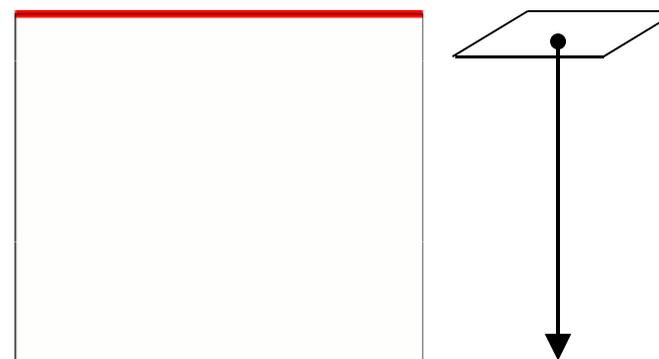


$z = 0$

True



Depth



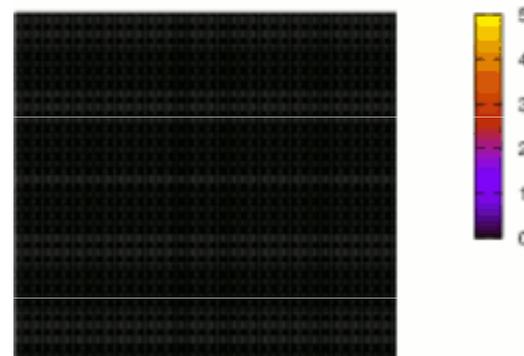
$z = 0$

Iteration = 0



$z = 0$

Iteration = 600

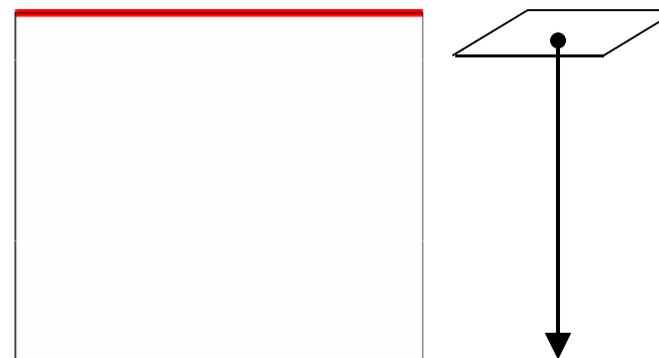


$z = 0$

True



Depth



$z = 0$

Iteration = 0



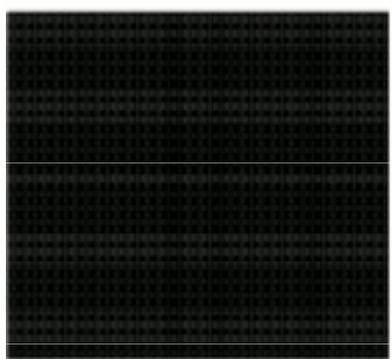
$z = 0$

Iteration = 600



$z = 0$

True

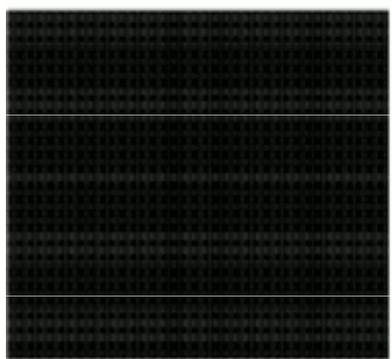


Depth



$z = 0$

Iteration = 0



$z = 0$

Iteration = 600

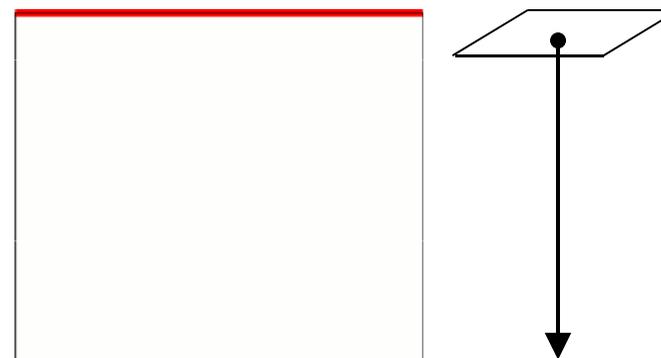


$z = 0$

True



Depth



$z = 0$

Iteration = 0



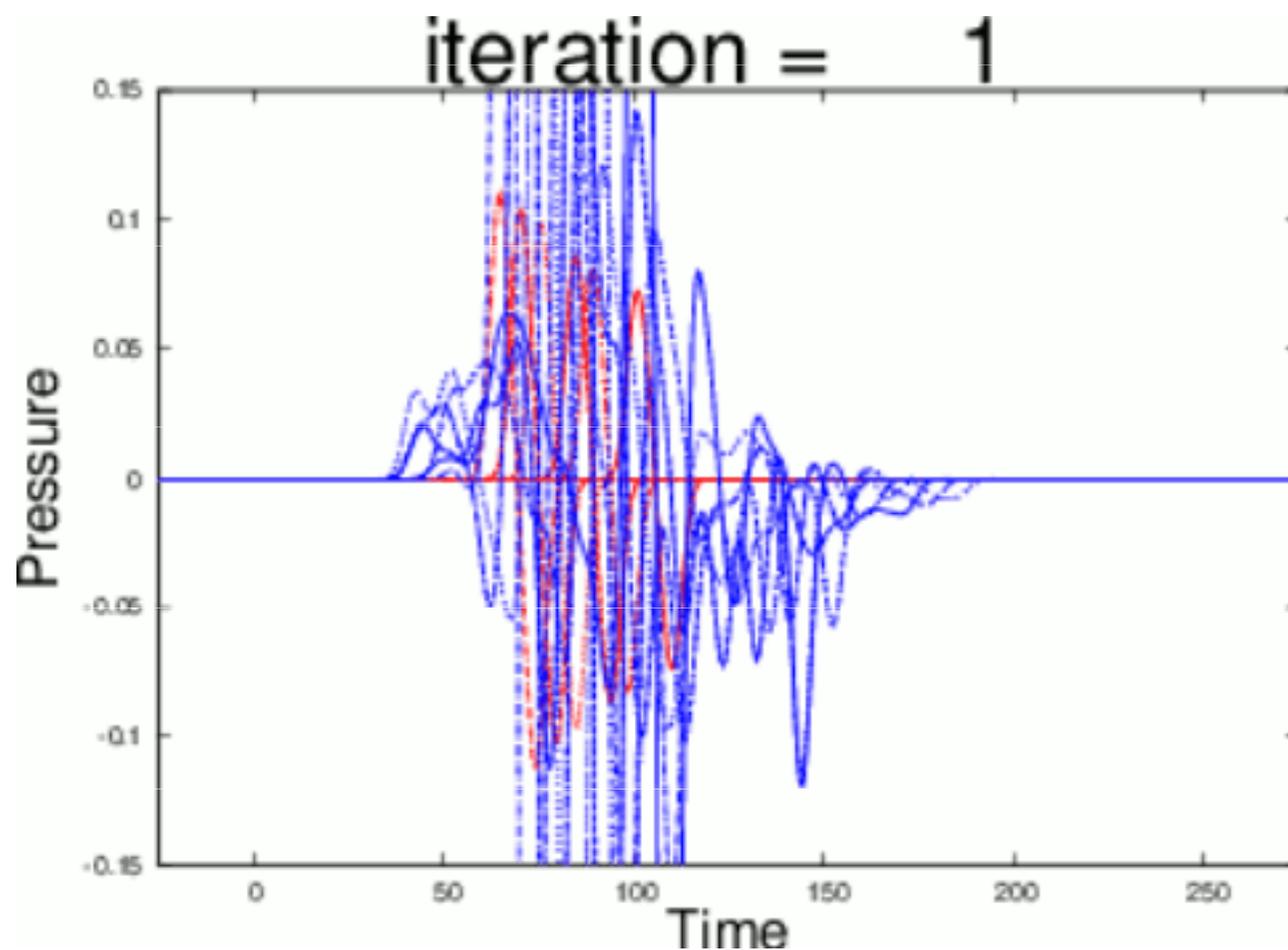
$z = 0$

Iteration = 600



Threshold = $0.20 \times \text{MaxP}$

19



仮想センサー信号

観測センサー信号

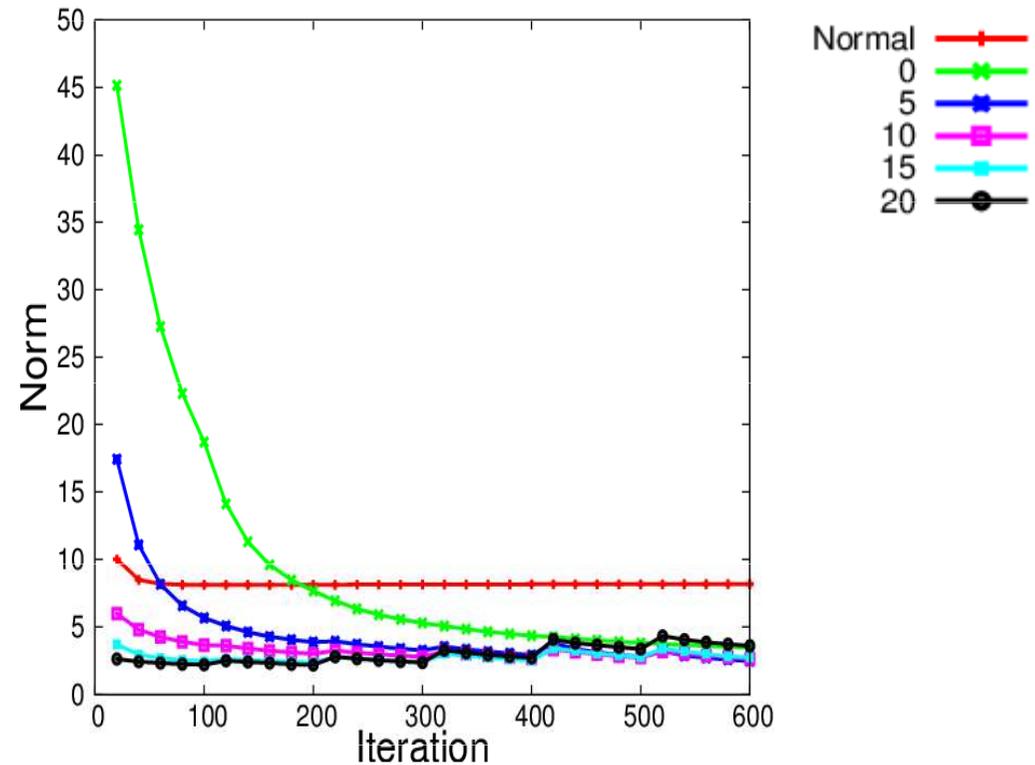
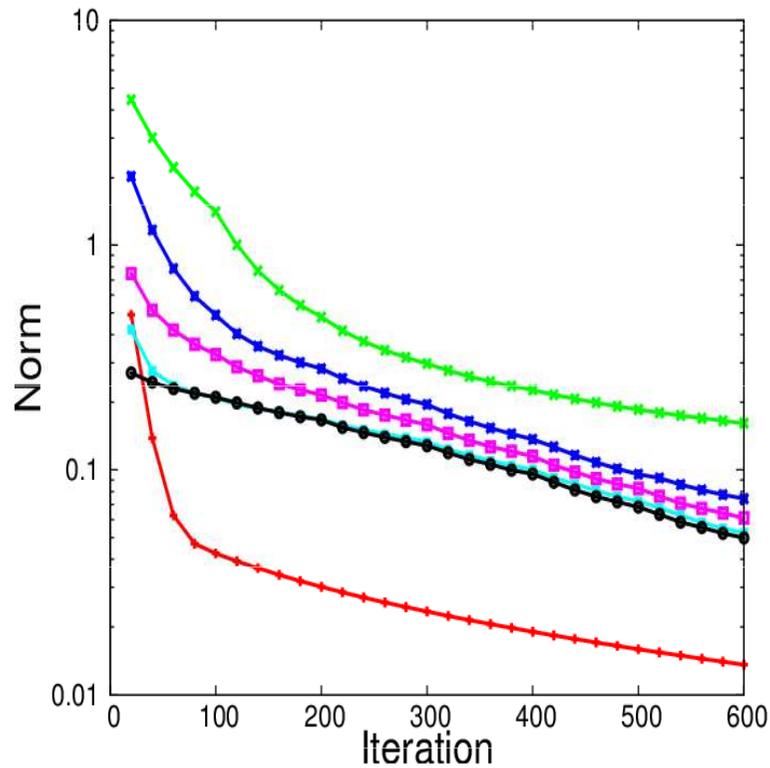
評価関数: 1次ノルム

センサー信号

$$\langle \Delta S^{(i)} \rangle_1 = \frac{\sum_m |\Delta S^{(i)}(t_m)|}{\sum_m |S^{\text{Observe}}(t_m)|}$$

内部分布

$$\langle \Delta P_o^{(i)} \rangle_1 = \frac{\sum_n |\Delta P_o^{(i)}(\mathbf{r}_n)|}{\sum_n |P_o^{\text{True}}(\mathbf{r}_n)|}$$



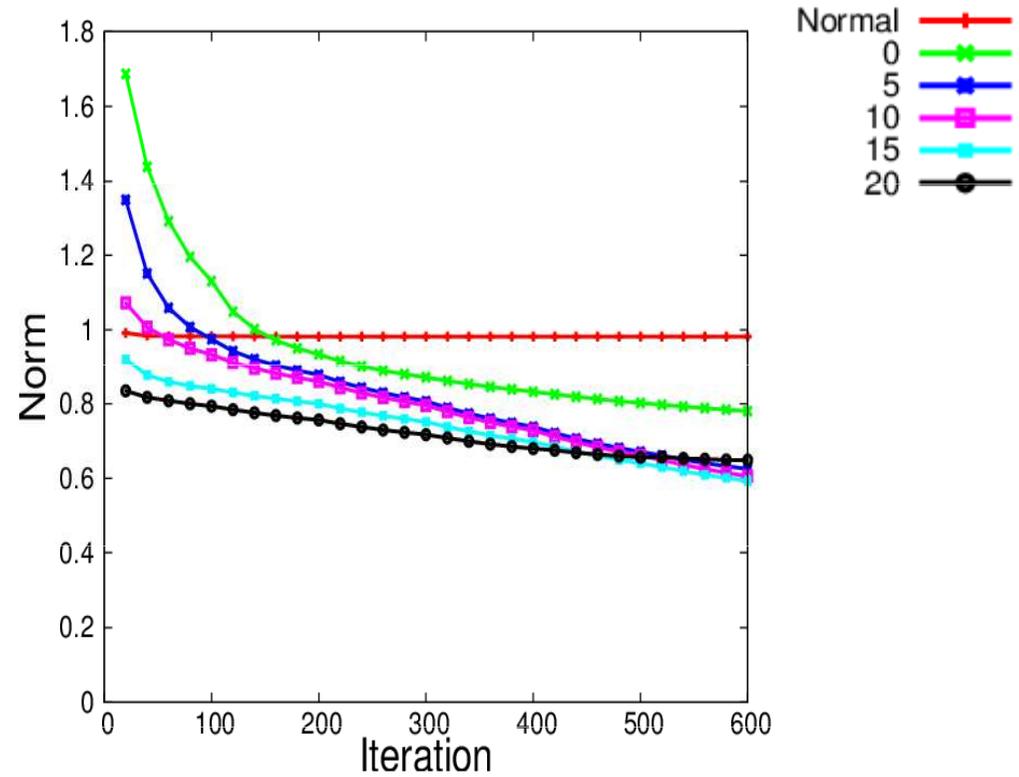
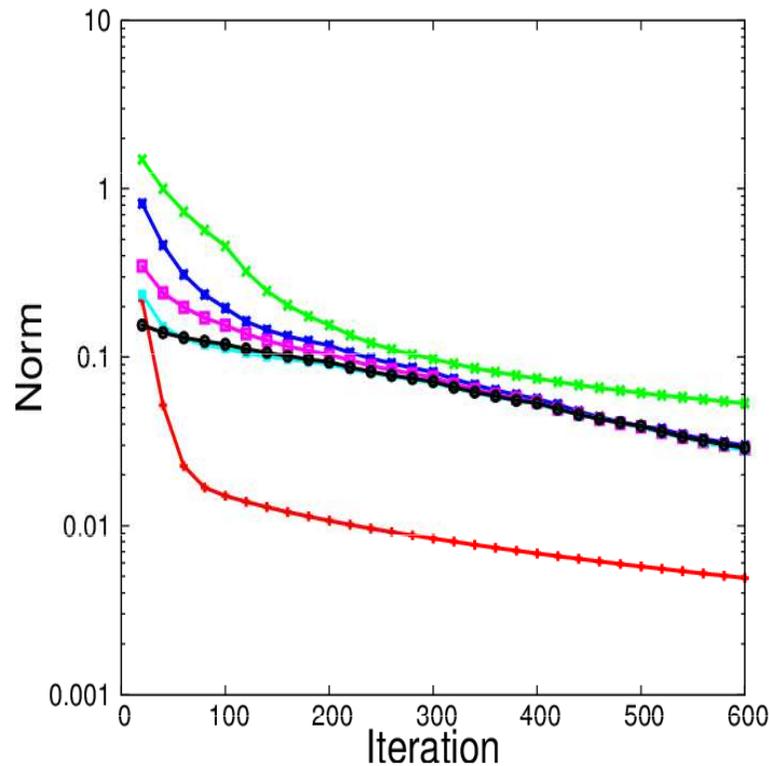
評価関数：2次ノルム

センサー信号

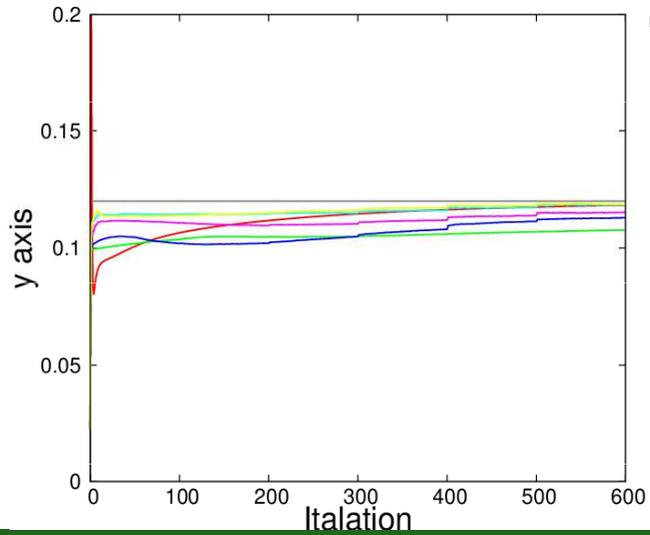
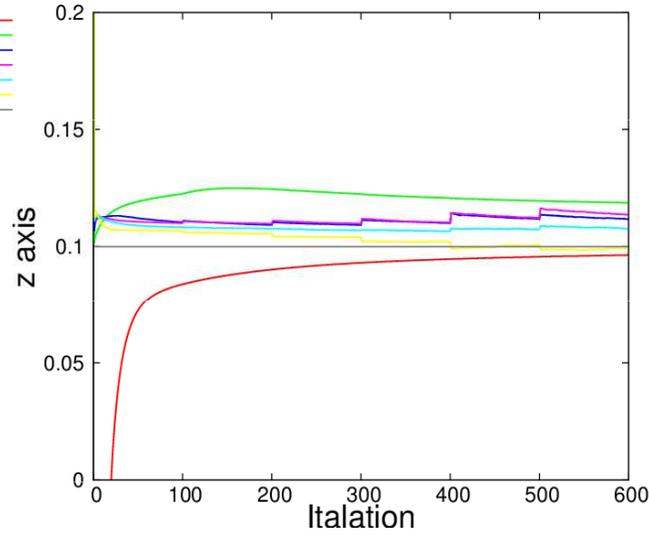
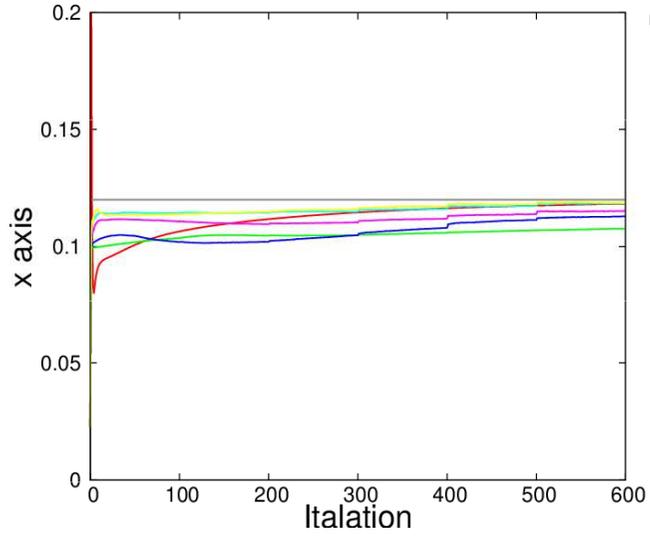
$$\langle \Delta S^{(i)} \rangle_2 = \left(\frac{\sum_m |\Delta S^{(i)}(t_m)|^2}{\sum_m |S^{\text{Observe}}(t_m)|^2} \right)^{1/2}$$

内部分布

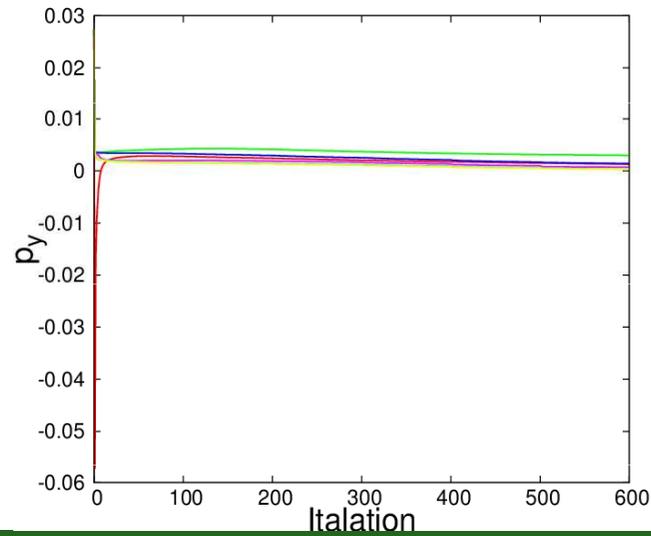
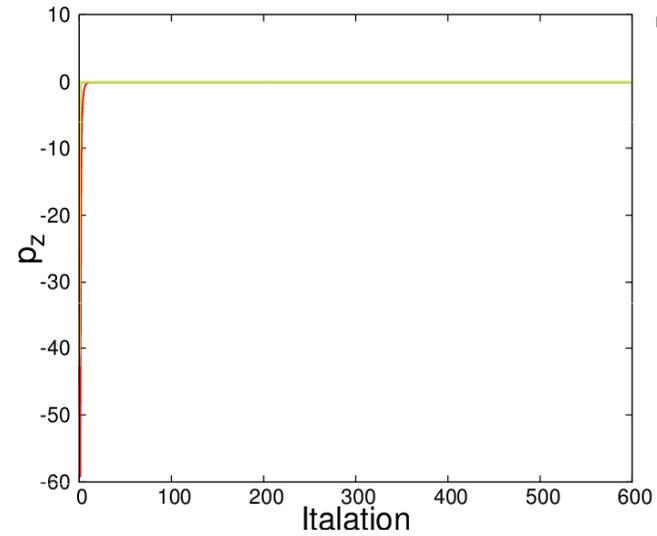
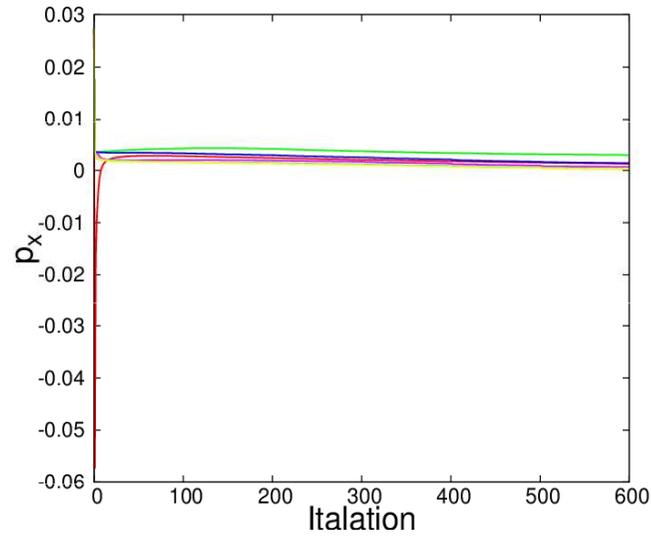
$$\langle \Delta P_o^{(i)} \rangle_2 = \left(\frac{\sum_n |\Delta P_o^{(i)}(\mathbf{r}_n)|^2}{\sum_n |P_o^{\text{True}}(\mathbf{r}_n)|^2} \right)^{1/2}$$



重心



重心ノルム



順解析による模擬信号

光音響効果における波動方程式

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t^2} \right) P(\mathbf{r}, t) = -\frac{\beta}{C_p} \frac{\partial}{\partial t} H(\mathbf{r}, t)$$

観測点での音圧: $P_d(\mathbf{r}, t)$

$$P_d(\mathbf{r}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}', t') P_o(\mathbf{r}') \frac{\partial}{\partial t'} I_e(t') dV' dt'$$

三次元波動方程式のグリーン関数: $G(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}', t')$

$$G(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}', t') = \frac{1}{4\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \delta\left(t'-t + \frac{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}{c}\right)$$

$H(\mathbf{r}, t)$: 加熱関数
 $P_o(\mathbf{r})$: 初期音圧分布
 $P_d(\mathbf{r}, t)$: 計測される音圧

$$P_d(\mathbf{r}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{4\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} P_o(\mathbf{r}') \frac{dI_e(t')}{dt'} \delta\left(\frac{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}{c} - (t'-t)\right) dt' dV'$$

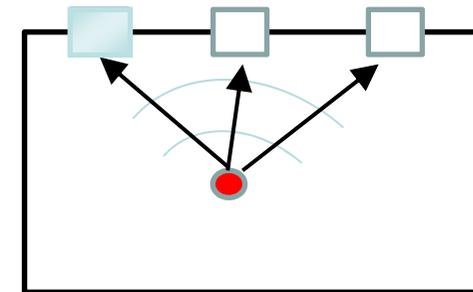
$$H(\mathbf{r}, t) = A(\mathbf{r}) I_e(t)$$

直方体に対する三次元Gauss積分公式

$$I = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 f(x, y, z) dx dy dz = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n [f(x, y, z)] w_i w_j w_k$$

$A(\mathbf{r})$ Local energy deposition density
 $I_e(t)$ Temporal profile

$$P_d(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \left[\frac{1}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} P_o(\mathbf{r}') \frac{\partial I_e(t')}{\partial t'} \Big|_{t'=t-\frac{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}{c}} \right]$$



逆解析による推定初期音圧分布: $P_o^b(\mathbf{r})$

光音響効果における波動方程式

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t^2} \right) P(\mathbf{r}, t) = -\frac{\beta}{C_p} \frac{\partial}{\partial t} H(\mathbf{r}, t)$$

$H(\mathbf{r}, t)$: 加熱関数

$P_o(\mathbf{r})$: 初期音圧分布

$P_d(\mathbf{r}, t)$: 計測される音圧

初期音圧分布: $P_o(\mathbf{r})$

$$P_o(\mathbf{r}') = \int_{\Omega_o} \left\{ 2P_d(\mathbf{r}, \bar{t}) - 2\bar{t} \frac{\partial P_d(\mathbf{r}, \bar{t})}{\partial \bar{t}} \right\} \frac{d\Omega_o}{\Omega_o}$$

$$\bar{t} = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$$

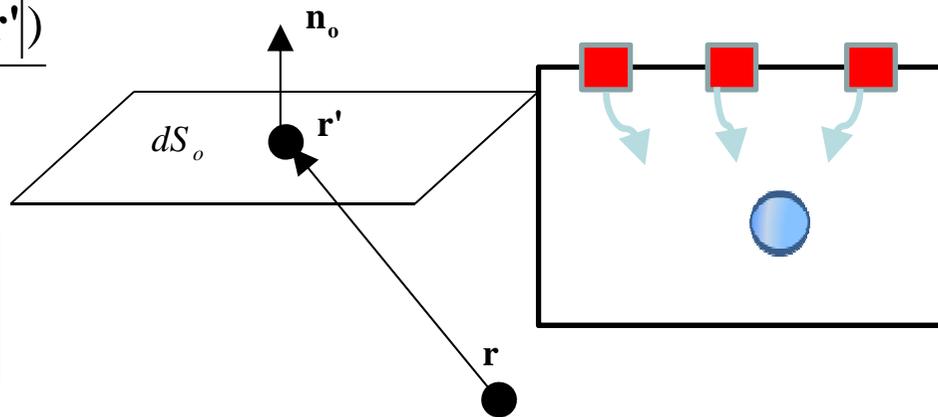
$$d\Omega_o = \frac{dS_o}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2} \cdot \left[\mathbf{n}_o \cdot \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \right]$$

離散値を用いた近似式

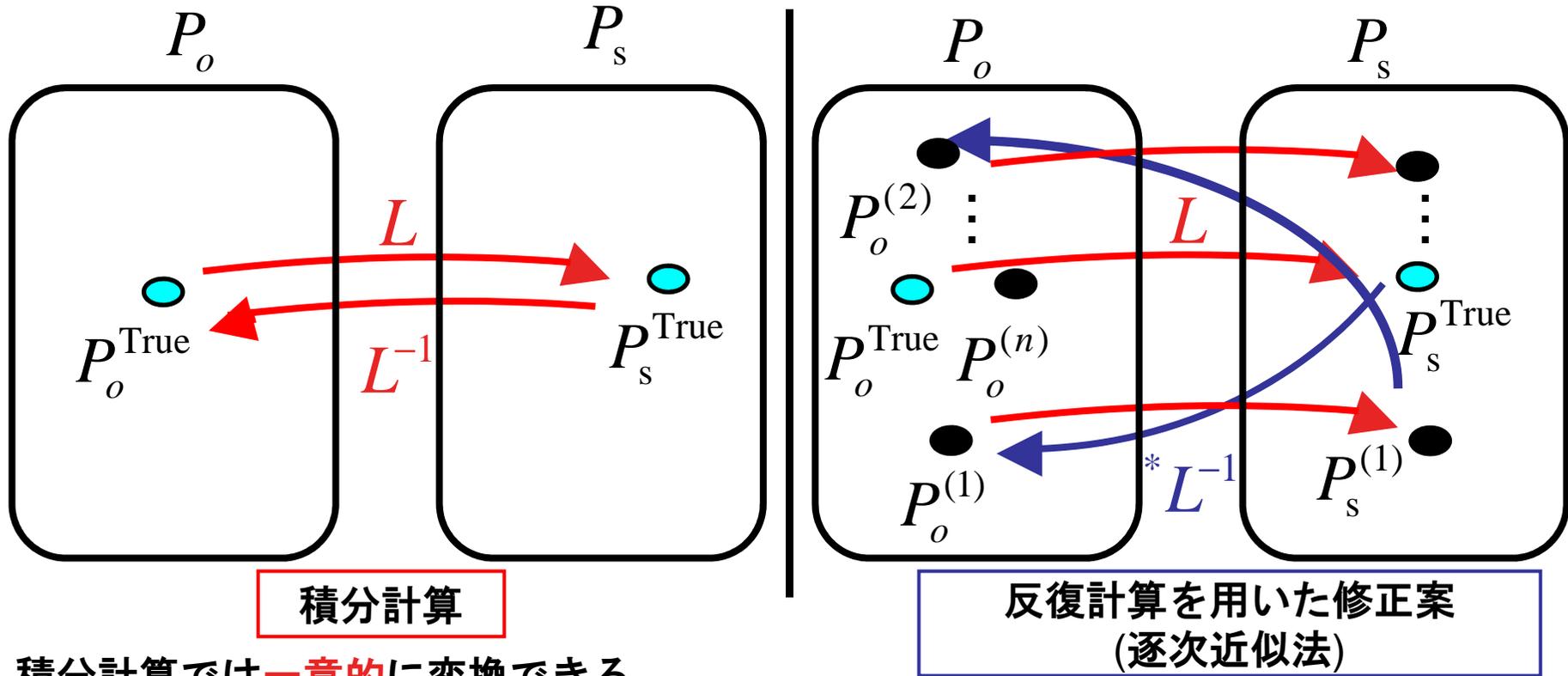
$$P_o^b(\mathbf{r}') = \frac{\sum \Delta\Omega_i \cdot b(\mathbf{r}_i, \bar{t} = |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}'|)}{\sum \Delta\Omega_i}$$

$$b(\mathbf{r}, \bar{t}) = 2P_d(\mathbf{r}, \bar{t}) - 2\bar{t} \frac{\partial P_d(\mathbf{r}, \bar{t})}{\partial \bar{t}}$$

$$\Delta\Omega_i = \frac{\Delta S_i}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2} \cdot \left[\mathbf{n}_o \cdot \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \right]$$



逐次近似法



積分計算では一意的に変換できる。

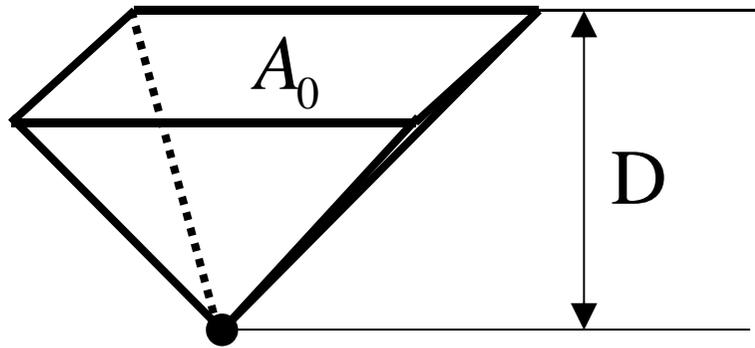
$$L(P_o^{\text{True}}) = P_s^{\text{True}} \quad L^{-1}(P_s^{\text{True}}) = P_o^{\text{True}}$$

実際は不完全データを用いるので近似計算となる。

$$* L^{-1}(P_s^{\text{True}}) = P_o^{(b)}$$

* L^{-1} と L を繰り返し
解の修正をすることで
真の解に近づいていくか調べる

立体角



$$\Omega_0 = \int \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2} \cdot \left[\mathbf{n}_o \cdot \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \right] dA_0$$

本研究

$$A_0 = 0.04[\text{m}^2]$$

$$D = 0.10[\text{m}]$$

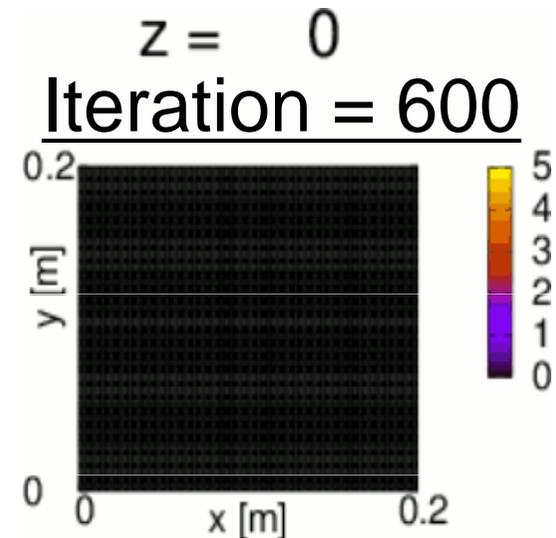
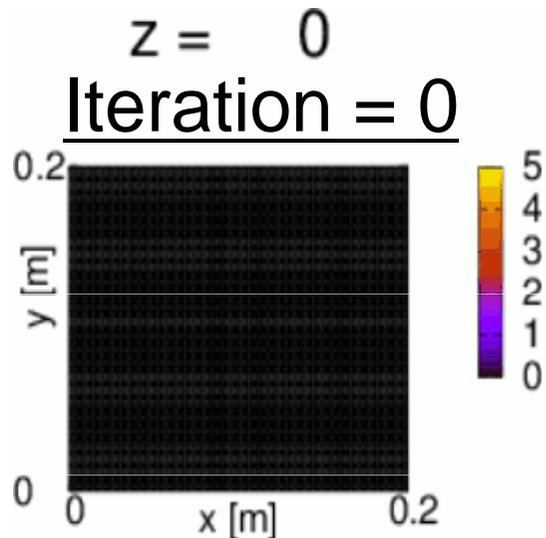
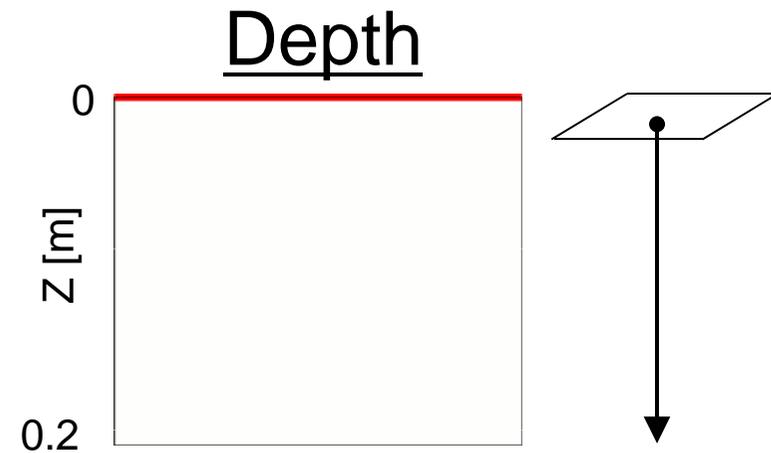
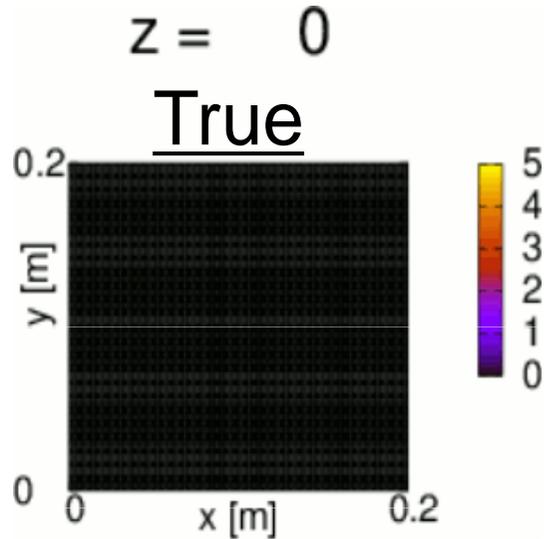
$$\Omega_0 = 2.09[\text{sr}]$$

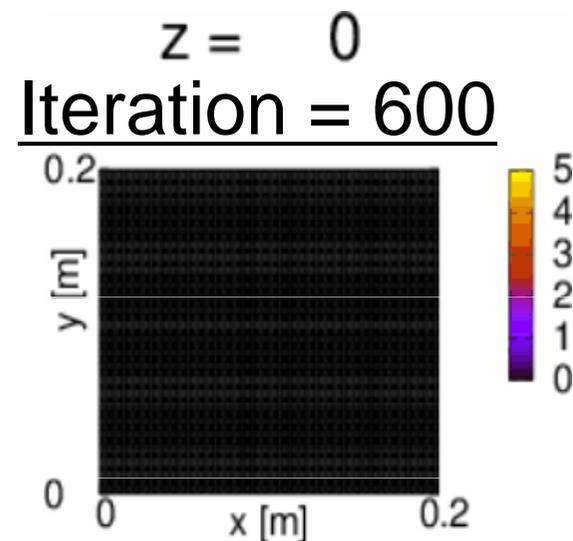
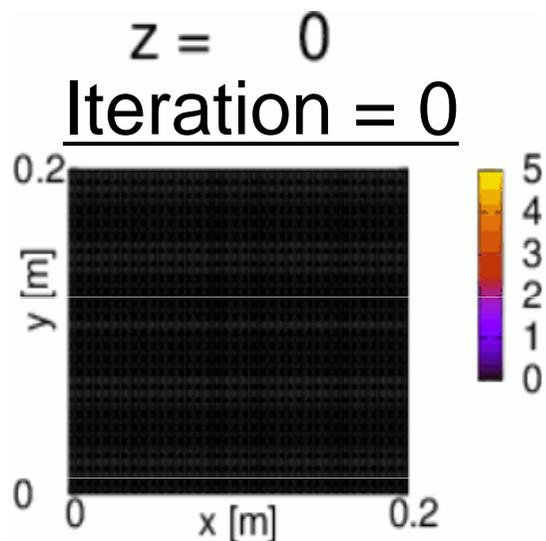
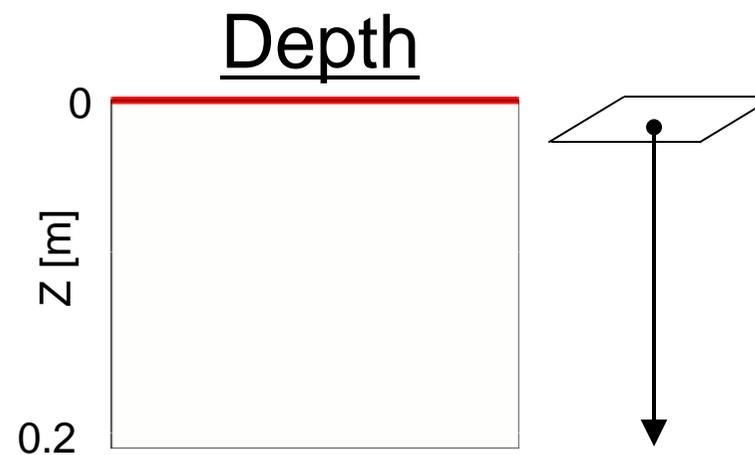
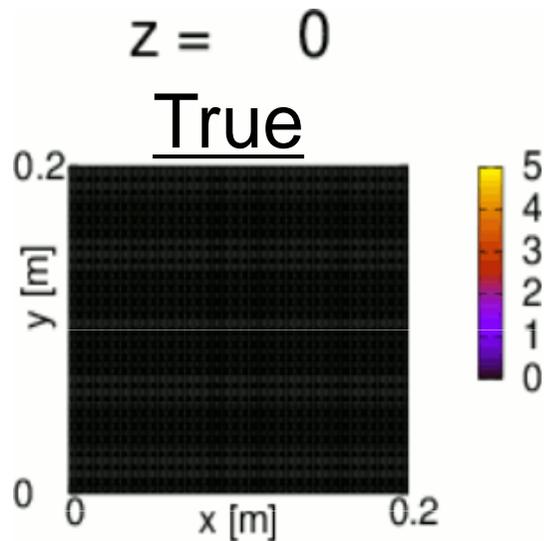
参考

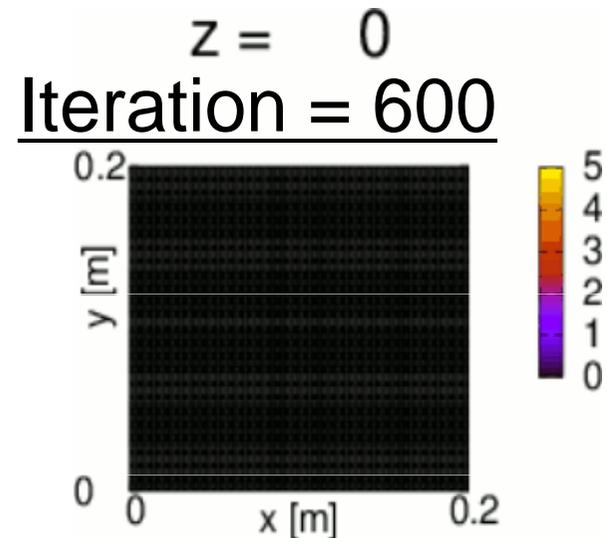
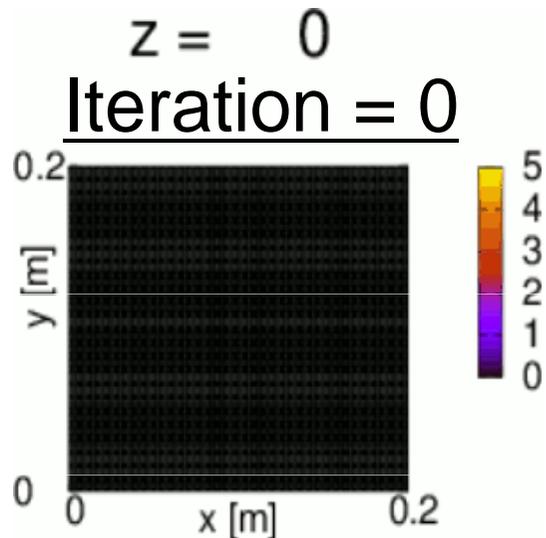
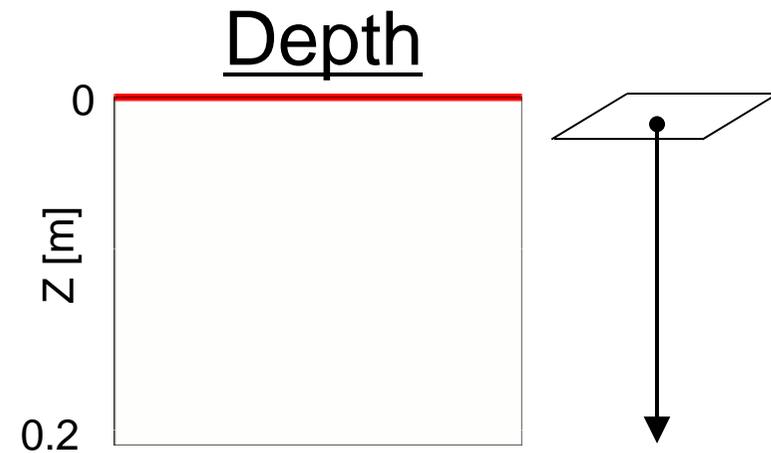
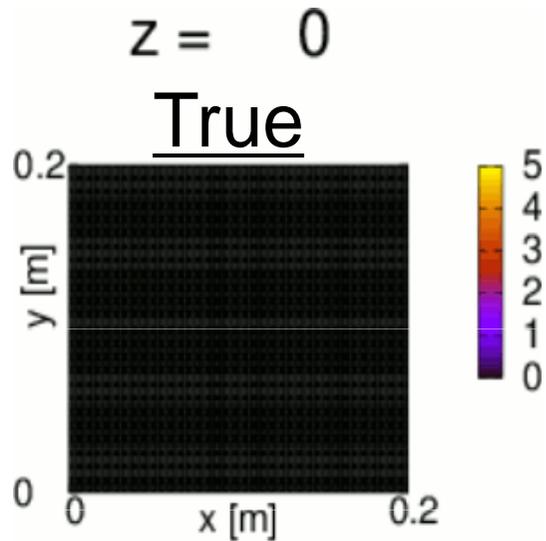
$$A_0 = 0.0036[\text{m}^2]$$

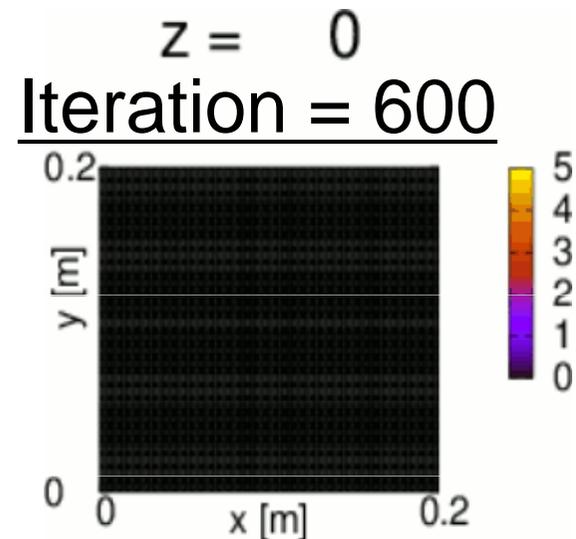
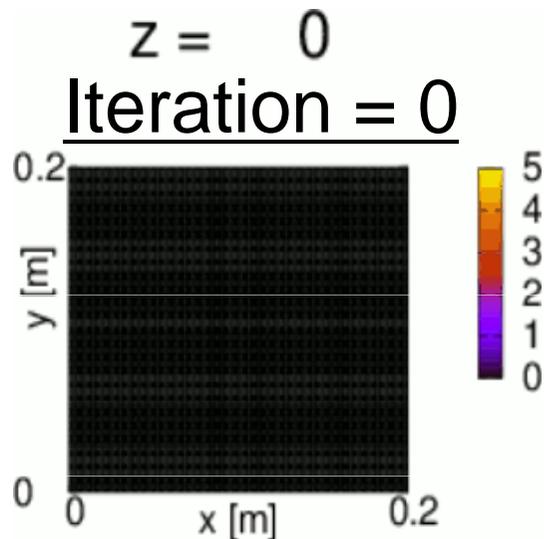
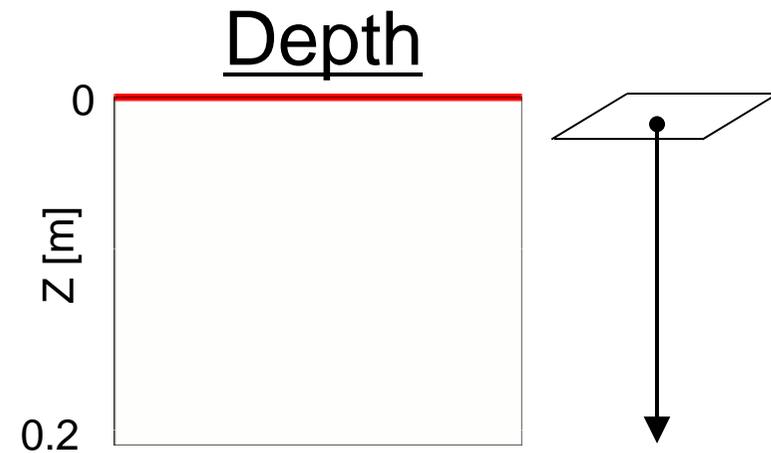
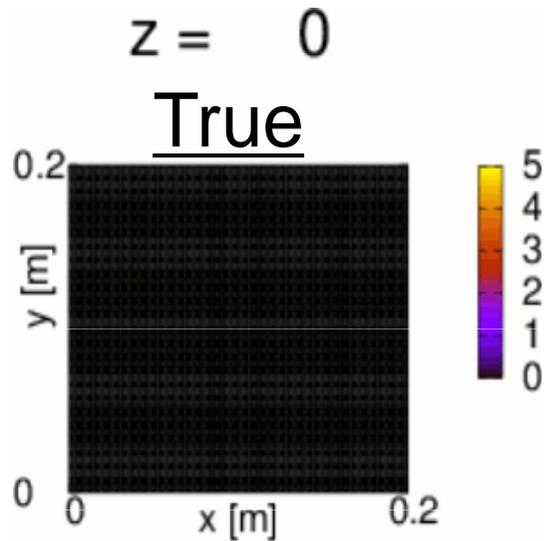
$$D = 0.015[\text{m}]$$

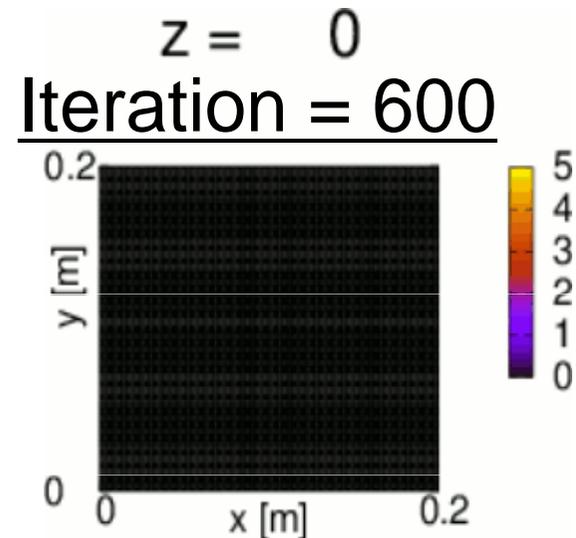
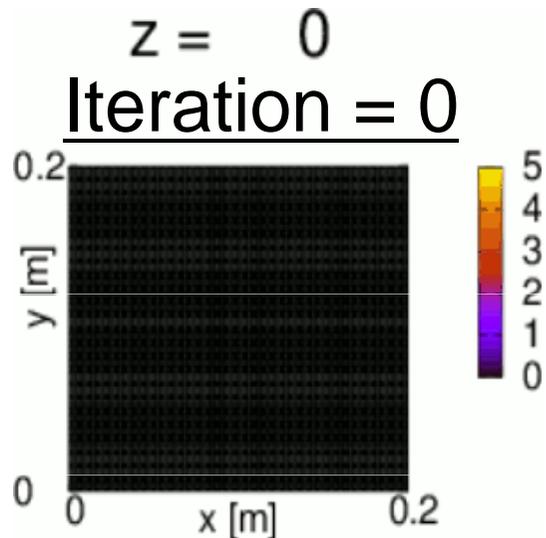
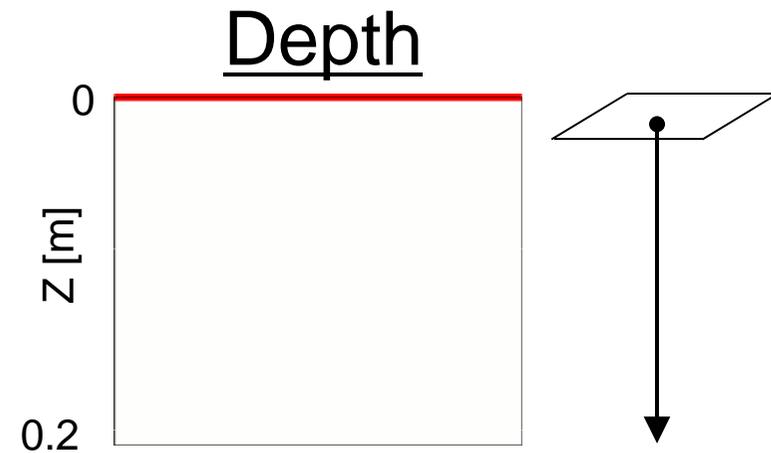
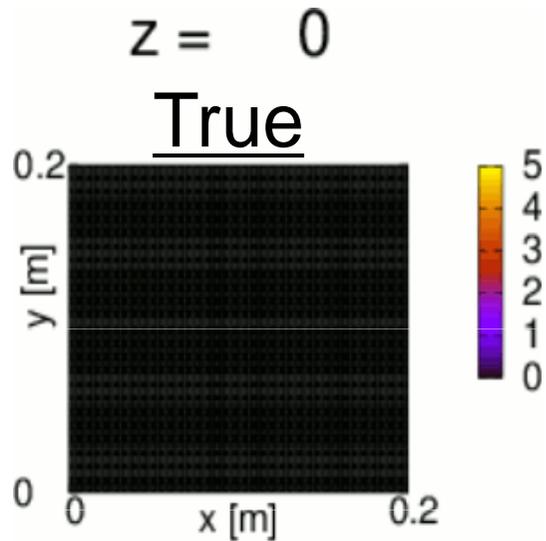
$$\Omega_0 = 3.71[\text{sr}]$$

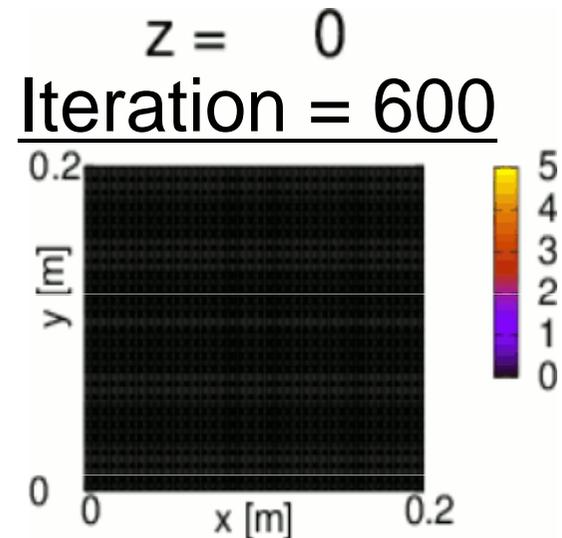
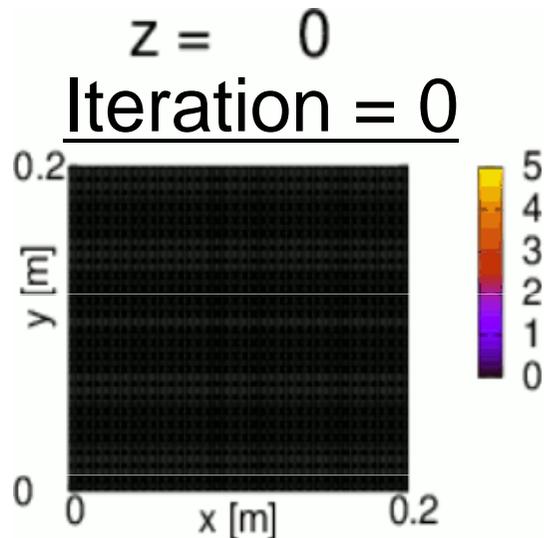
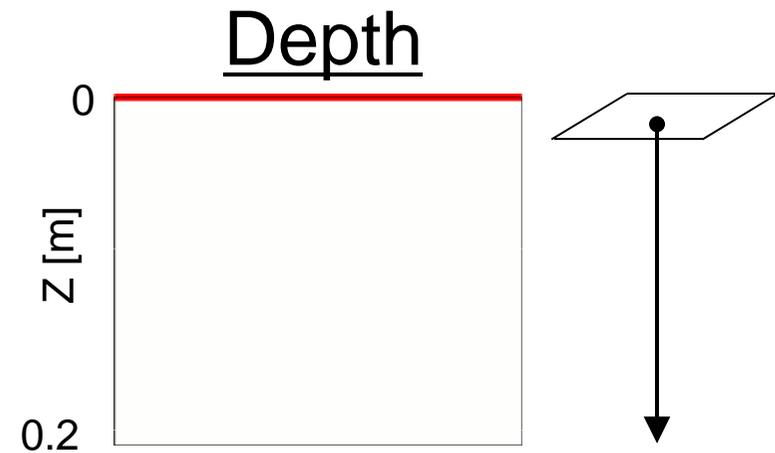
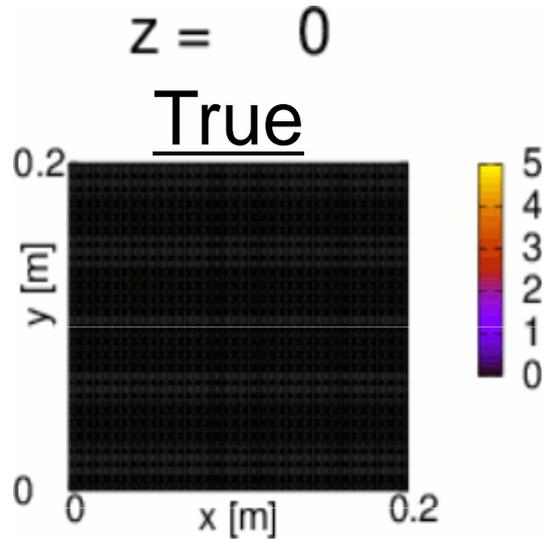












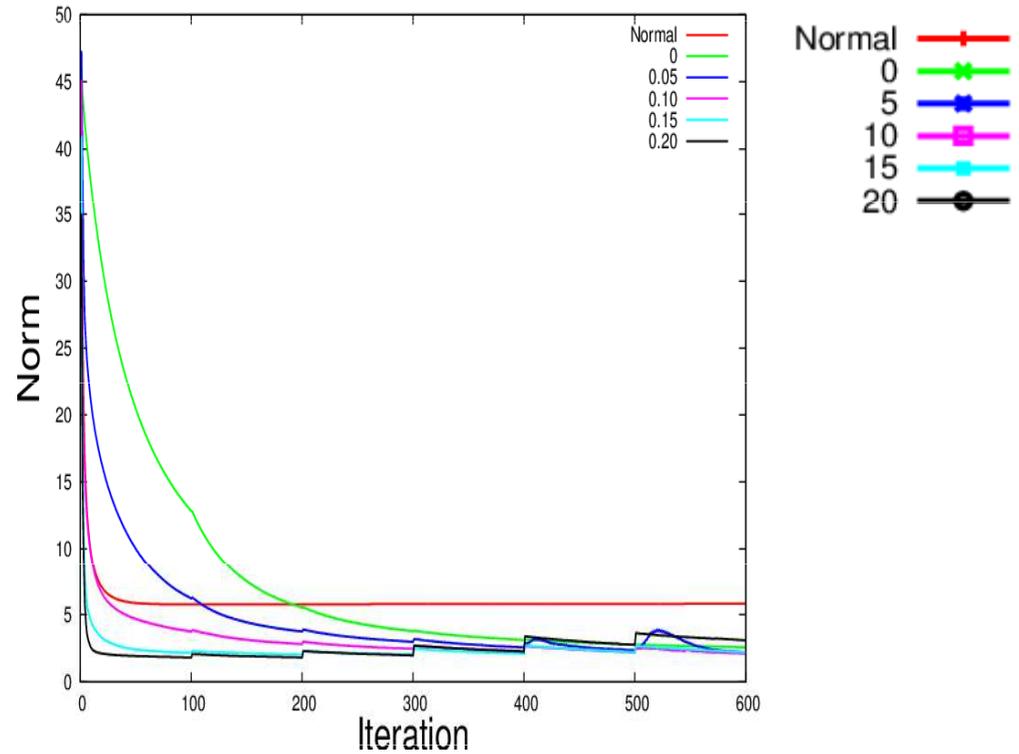
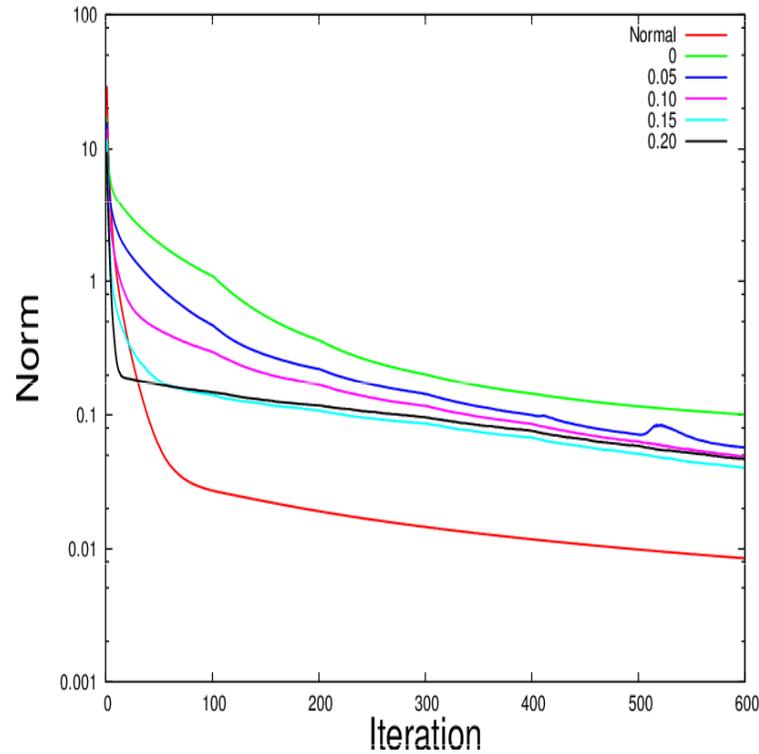
評価関数: 1次ノルム(音源2個)

センサー信号

$$\langle \Delta S^{(i)} \rangle_1 = \frac{\sum_m |\Delta S^{(i)}(t_m)|}{\sum_m |S^{\text{Observe}}(t_m)|}$$

内部分布

$$\langle \Delta P_o^{(i)} \rangle_1 = \frac{\sum_n |\Delta P_o^{(i)}(\mathbf{r}_n)|}{\sum_n |P_o^{\text{True}}(\mathbf{r}_n)|}$$



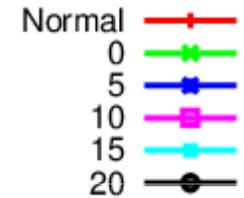
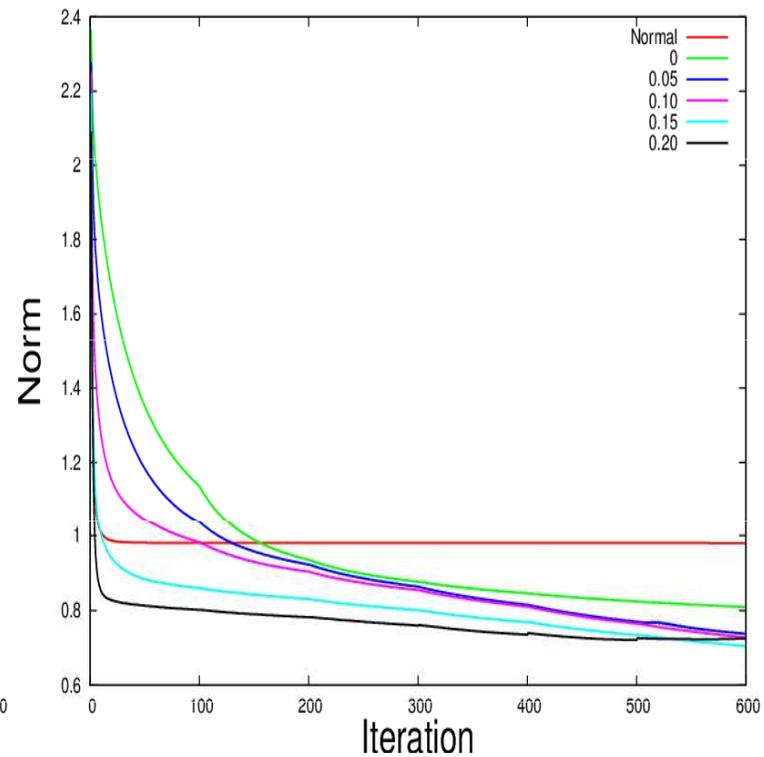
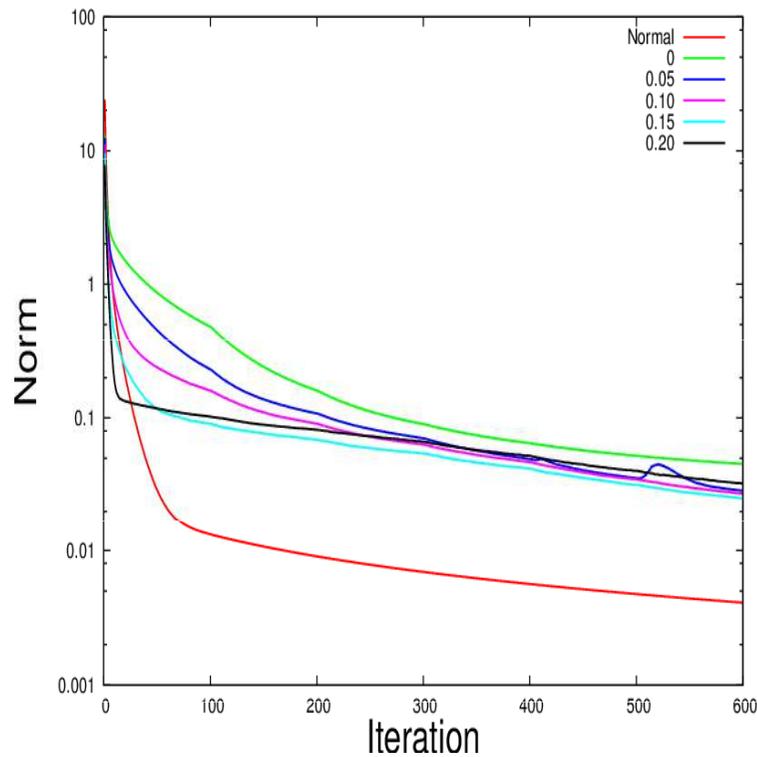
評価関数: 2次ノルム(音源2個)

センサー信号

$$\langle \Delta S^{(i)} \rangle_2 = \left(\frac{\sum_m |\Delta S^{(i)}(t_m)|^2}{\sum_m |S^{\text{Observe}}(t_m)|^2} \right)^{1/2}$$

内部分布

$$\langle \Delta P_o^{(i)} \rangle_2 = \left(\frac{\sum_n |\Delta P_o^{(i)}(\mathbf{r}_n)|^2}{\sum_n |P_o^{\text{True}}(\mathbf{r}_n)|^2} \right)^{1/2}$$



評価関数: 4次ノルム(音源2個)

センサー信号

$$\langle \Delta S^{(i)} \rangle_4 = \left(\frac{\sum_m |\Delta S^{(i)}(t_m)|^4}{\sum_m |S^{\text{Observe}}(t_m)|^4} \right)^{1/4}$$

内部分布

$$\langle \Delta P_o^{(i)} \rangle_4 = \left(\frac{\sum_n |\Delta P_o^{(i)}(\mathbf{r}_n)|^4}{\sum_n |P_o^{\text{True}}(\mathbf{r}_n)|^4} \right)^{1/4}$$

